$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \varepsilon$$

$$\text{Max } Z = \sum C_j X_j$$

ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ ТА МОДЕЛІ

Навчально-методичний посібник

АЛЕСКЕРОВА Ю.В.,
ВІЛЬЧИНСЬКА Н.Л.,
КРУШИНСЬКА А.В.,
ФАСОЛЬКО Т. М.

Хмельницька обласна рада
Хмельницький університет управління та права
імені Леоніда Юзькова

ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ ТА МОДЕЛІ

Навчально-методичний посібник

Хмельницький
2025

УДК 330.4(075.8)

Рекомендовано методичною радою
Хмельницького університету управління та права імені Леоніда Юзькова
для студентів галузі знань D Бізнес, адміністрування та право,
рішення від 23 грудня 2025 року, протокол № 3.

РЕЦЕНЗЕНТИ:

І. І. Чайковська - доктор економічних наук, професор кафедри економіки, аналітики, моделювання та інформаційних технологій в бізнесі Хмельницького національного університету

В.К. Рудик - доктор економічних наук, професор, професор кафедри фінансів, банківської справи, страхування та електронних платіжних систем Закладу вищої освіти "Подільського державного університету"

П34 АЛЕСКЕРОВА Ю.В., ВІЛЬЧИНСЬКА Н.Л., КРУШИНСЬКА А.В., ФАСОЛЬКО Т.М. Економіко–математичні методи та моделі: навчально-методичний посібник – Хмельницький 2025. – с.196.

У навчально-методичному посібнику розкрито теоретичні та прикладні засади економіко-математичного моделювання соціально-економічних процесів. Систематизовано підходи до формування статистичної бази економіко-математичного аналізу. Окремі розділи присвячено методам і моделям економічного прогнозування, включаючи якісні та кількісні підходи, статистичні й економетричні моделі, а також питанням оцінювання точності прогнозів і вибору оптимальних моделей. Викладено основи імітаційного моделювання, методи вимірювання та моделювання взаємозв'язків в економічних процесах, зокрема кореляційному та регресійному аналізу, а також індексному методу як інструменту аналізу динаміки та структурних зрушень економічних явищ.

Посібник містить індивідуальні та практичні завдання, що сприяють формуванню у здобувачів вищої освіти навичок застосування економіко-математичних методів для аналізу, моделювання, прогнозування та обґрунтування управлінських рішень. Матеріал базується на узагальненні вітчизняного та зарубіжного наукового доробку.

Навчально-методичний посібник призначений для здобувачів вищої освіти економічних спеціальностей.

© АЛЕСКЕРОВА Ю.В.,
ВІЛЬЧИНСЬКА Н.Л.,
КРУШИНСЬКА А.В.
ФАСОЛЬКО Т.М.

ЗМІСТ

ТЕМА 1. ЕКОНОМІЧНІ ПРОЦЕСИ ЯК ОБ'ЄКТ МОДЕЛЮВАННЯ	6
1.1. Основи економічного моделювання	6
1.2. Математичні методи в економічному моделюванні	8
1.3. Приклади економічних моделей	9
1.4. Використання економічних моделей для прогнозування	10
ТЕМА 2. КОНЦЕПТУАЛЬНІ ЗАСАДИ ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ	17
2.1.Сутність та етапи математичного моделювання в економіці	18
2.2.Основні етапи побудови економічної моделі	19
2.2.Класифікація та принципи побудови економіко-математичних моделей	22
2.3.Роль та обмеження математичного моделювання в сучасній економіці	24
ТЕМА 3. СТАТИСТИЧНА БАЗА ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ: ЗВЕДЕННЯ ТА ГРУПУВАННЯ ДАНИХ	31
3.1. Зміст і завдання статистичного зведення	31
3.2. Статистичне групування, його суть, завдання і види	33
3.3. Визначення кількості груп і величини інтервалів	37
3.4. Вторинне групування	39
3.5. Ряди розподілу	41
ТЕМА 4. УЗАГАЛЬНЮЮЧІ СТАТИСТИЧНІ ПОКАЗНИКИ ЯК ПЕРЕДУМОВА ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ	48
4.1. Абсолютні статистичні величини, одиниці їх вимірювання.	48
4.2. Характеристика відносних величин та форм їх вираження.	52
ТЕМА 5. МЕТОДИ І МОДЕЛІ ЕКОНОМІЧНОГО ПРОГНОЗУВАННЯ	61
5.1.Сутність та принципи економічного прогнозування.	61
5.2.Основні методи прогнозування: якісні та кількісні.	63
5.3.Статистичні й економетричні моделі прогнозування.	64
5.4.Оцінювання точності прогнозів та вибір оптимальної моделі.	65
ТЕМА 6. ОСНОВИ ІМІТАЦІЙНОГО МОДЕЛЮВАННЯ	74
6.1. Поняття імітаційного моделювання	74
6.2. Призначення і застосування імітаційного моделювання	75
6.3. Етапи імітаційного моделювання	76
6.4. Основні види імітаційних моделей	77
6.5. Переваги імітаційного моделювання	79

ТЕМА 7. АНАЛІЗ ІНТЕНСИВНОСТІ ДИНАМІКИ ТА ОЦІНКА ТЕНДЕНЦІЙ РОЗВИТКУ І КОЛИВАНЬ	87
7.1. Поняття про ряди динаміки, їх складові та правила побудови	87
7.2. Аналітичні показники ряду динаміки та їх взаємозв'язок	91
7.3. Середні показники ряду динаміки	95
7.4. Тенденція розвитку та прогнозування рядів динаміки	96
7.5. Вимірювання сезонних коливань.	100
ТЕМА 8. СТАТИСТИЧНІ МЕТОДИ ВИМІРЮВАННЯ ТА МОДЕЛЮВАННЯ ВЗАЄМОЗВ'ЯЗКІВ В ЕКОНОМІЧНИХ ПРОЦЕСАХ	109
8.1. Кореляційний аналіз	109
8.2. Регресійний аналіз	113
ТЕМА 9. ІНДЕКСНИЙ МЕТОД В АНАЛІЗІ ДИНАМІКИ ТА СТРУКТУРНИХ ЗМІН ЕКОНОМІЧНИХ ЯВИЩ	121
9.1. Загальне поняття про індекси.	121
9.2. Класифікація індексів	123
9.3. Індивідуальні індекси	125
9.4 Агрегатний індекс – основна форма загального індексу	126
9.5 Середньозважені індекси	129
9.6 Індекси змінного, постійного складу та структурних зрушень	131
9.7.Характеристика територіальних індексів	132
ТЕМА 10. ВИБІРКОВИЙ МЕТОД В СИСТЕМІ СТАТИСТИЧНОГО АНАЛІЗУ ТА ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ	139
10.1. Поняття про вибіркове спостереження	139
10.2. Помилки вибіркового спостереження	142
10.3. Основні способи формування вибіркової сукупності	148
10.4. Визначення необхідної чисельності вибірки	151

ТЕМА 1
ЕКОНОМІЧНІ ПРОЦЕСИ ЯК ОБ'ЄКТ МОДЕЛЮВАННЯ

1.1. Основи економічного моделювання
1.2. Математичні методи в економічному моделюванні
1.3. Приклади економічних моделей
1.4. Використання економічних моделей для прогнозування

Ключові поняття теми: економічне моделювання, економічна система, економічна модель, абстрагування, формалізація, математичне моделювання, статистичне моделювання, емпіричні дані, змінні та параметри моделі, функціональні залежності, економетричні методи, аналітичне групування, статистичне зведення, структурне та типологічне групування, ряди розподілу, варіаційні ряди, класифікація економічних показників, економічне прогнозування.

Мета: науково обґрунтувати економіку як складний об'єкт моделювання, визначити сутність і методологічні засади економічного моделювання, охарактеризувати роль математичних і статистичних методів у побудові економічних моделей, а також розкрити можливості застосування економічних моделей для аналізу, оптимізації та прогнозування соціально-економічних процесів.

1.1. Основи економічного моделювання

Економічне моделювання є важливим інструментом для аналізу складних економічних систем. Воно дозволяє дослідникам та практикам спростити реальність, створюючи абстрактні представлення економічних явищ. У цьому розділі ми розглянемо визначення економічного моделювання, типи моделей, а також їх значення в сучасній економіці.

Економічне моделювання — це процес створення математичних або графічних представлень економічних явищ, які дозволяють аналізувати та прогнозувати поведінку економічних систем. Моделі можуть бути як теоретичними, так і емпіричними.

1. **Теоретичні моделі.** Вони базуються на економічних теоріях і принципах. Такі моделі використовують абстрактні поняття та ідеалізовані умови для пояснення економічних процесів. Наприклад, модель попиту та пропозиції є теоретичною, оскільки вона спрощує реальні ринкові умови.
2. **Емпіричні моделі.** Ці моделі ґрунтуються на реальних даних і використовують статистичні методи для аналізу та прогнозування економічних явищ. Наприклад, регресійний аналіз, який допомагає виявити залежності між різними економічними змінними, є прикладом емпіричної моделі.

Економічне моделювання дозволяє дослідникам виявляти причинно-наслідкові зв'язки, аналізувати вплив зовнішніх факторів і формулювати рекомендації для політичних рішень. За допомогою моделей можна перевіряти гіпотези, що є важливим етапом у науковому дослідженні.

Економічні моделі можна класифікувати за різними критеріями. Основні типи моделей включають:

1. **Детерміновані моделі.** У таких моделях всі змінні точно відомі, і їх значення не підлягають випадковим змінам. Це означає, що, знаючи початкові умови, можна точно передбачити результат. Наприклад, лінійна модель попиту може бути детермінованою, якщо всі параметри (ціна, доходи споживачів тощо) відомі.
2. **Стохастичні моделі.** Вони враховують випадкові фактори та невизначеність. У таких моделях результати можуть варіюватися навіть при однакових початкових умовах. Наприклад, моделі, які використовують випадкові процеси для опису коливань цін на фінансових ринках, є стохастичними.
3. **Статичні моделі.** Ці моделі аналізують економічні явища в один момент часу, не враховуючи зміни, що відбуваються з часом. Вони підходять для вивчення короткострокових ефектів.
4. **Динамічні моделі.** Динамічні моделі враховують зміни в часі, що дозволяє аналізувати еволюцію економічних процесів. Наприклад, модель економічного зростання Солоу демонструє, як накопичення капіталу та технологічний прогрес впливають на довгострокове зростання виробництва.
5. **Мікроекономічні та макроекономічні моделі.** Мікроекономічні моделі фокусуються на поведінці окремих споживачів та фірм, тоді як макроекономічні моделі аналізують загальні економічні показники, такі як ВВП, інфляція і безробіття.

Економічне моделювання має велике значення для розуміння функціонування економіки. Основні аспекти його значення включають:

1. Аналіз причинно-наслідкових зв'язків. Моделі дозволяють виявити, як зміни в одних економічних показниках впливають на інші. Це особливо важливо для формулювання економічної політики.
2. Прогнозування. Економічні моделі використовуються для прогнозування майбутніх тенденцій, що допомагає урядам і бізнесу ухвалювати обґрунтовані рішення. Наприклад, моделі можуть спрогнозувати вплив змін у податковій політиці на економічне зростання.
3. Оцінка політичних рішень. Моделі дозволяють оцінити потенційний вплив різних політичних рішень на економіку. Це дає змогу приймати більш зважені рішення, які можуть позитивно вплинути на економічний розвиток.
4. Оптимізація ресурсів. Економічні моделі допомагають у визначенні оптимальних стратегій використання ресурсів, що сприяє підвищенню ефективності виробництва та зменшенню витрат.
5. Вивчення історичних тенденцій. Аналізуючи історичні дані за допомогою моделей, дослідники можуть виявити закономірності та тренди, що допомагають у розумінні сучасних економічних процесів.
6. Розробка нових теорій. Економічне моделювання сприяє розвитку нових теорій і підходів у дослідженнях. Це може призвести до нових відкриттів у сфері економіки.

Таким чином, економічне моделювання є ключовим елементом у вивченні та аналізі економічних систем, що дозволяє дослідникам і практикам краще розуміти складні взаємозв'язки в економіці і приймати обґрунтовані рішення.

1.2. Математичні методи в економічному моделюванні

Математичні методи є основою економічного моделювання, оскільки вони дозволяють формалізувати економічні відносини і проводити кількісний аналіз. У цьому розділі розглянемо основні типи математичних моделей: лінійні, нелінійні, статистичні та динамічні.

Лінійні моделі. Лінійні моделі описують залежність між змінними через лінійне рівняння:

$$Y=a+bX$$

Приклад. Модель попиту на товар:

$$Qd=a-bP$$

Перевага: простота у використанні та інтерпретації.

Недолік: не відображають складні нелінійні взаємозв'язки.

Нелінійні моделі. Нелінійні моделі використовують нелінійні рівняння, що дозволяє враховувати складні зв'язки:

$$Y=A\cdot Xb Y=A\cdot Xb$$

Приклад. Виробнича функція Кобба-Дугласа:

$$Q=A\cdot L\alpha\cdot K\beta Q=A\cdot L\alpha\cdot K\beta$$

Перевага: краще відображають реальні процеси.

Недолік: складніші у розрахунках.

Статистичні моделі. Статистичні моделі використовують дані для оцінки економічних зв'язків:

$$Y=\beta 0+\beta 1X1+\beta 2X2+...+\epsilon Y=\beta 0+\beta 1X1+\beta 2X2+...+\epsilon$$

Приклад. Регресійний аналіз для вивчення впливу різних факторів.

Перевага: використання реальних даних.

Недолік: чутливість до вибору моделі та наявності помилок у даних.

Динамічні моделі. Динамічні моделі враховують зміни в часі:

$$Yt=\alpha+\beta Yt-1+\gamma Xt+\epsilon t Yt=\alpha+\beta Yt-1+\gamma Xt+\epsilon t$$

Приклад. Модель економічного зростання Солоу.

Перевага: аналізує вплив часу на економічні процеси.

Недолік: складні в оцінці та потребують багато даних.

1.3. Приклади економічних моделей

Економічні моделі допомагають зрозуміти та аналізувати різні аспекти економіки. Розглянемо кілька ключових моделей.

Модель попиту та пропозиції. Модель попиту та пропозиції ілюструє, як ціни формуються на ринку через взаємодію попиту та пропозиції.

Попит. Взаємозв'язок між ціною товару та кількістю, яку споживачі готові купити. Зазвичай, попит зменшується з підвищенням ціни.

$$Qd=a-bP Qd=a-bP$$

Пропозиція. Взаємозв'язок між ціною товару та кількістю, яку виробники готові запропонувати. Пропозиція зазвичай зростає з підвищенням ціни.

$$Qs=c+dP Qs=c+dP$$

Рівновага. Рівноважна ціна встановлюється там, де $Qd=Qs Qd=Qs$.

Модель виробничої функції. Виробнича функція описує, як різні фактори виробництва впливають на обсяг випуску продукції.

Один із класичних прикладів — виробнича функція Кобба-Дугласа:

$$Q=A\cdot L\alpha\cdot K\beta Q=A\cdot L\alpha\cdot K\beta,$$

де: Q — обсяг продукції, L — праця, K — капітал, A, α, β — параметри.

Значення: допомагає аналізувати ефективність використання ресурсів та вплив технологічного прогресу.

Модель IS-LM

Модель IS-LM (Investment-Savings, Liquidity Preference-Money Supply) описує взаємозв'язок між ринком товарів і ринком грошей.

IS-крива відображає комбінації процентних ставок і національного доходу, при яких ринок товарів знаходиться в рівновазі:

$$Y=C(Y-T)+I(r)+G$$

LM-крива відображає комбінації процентних ставок і національного доходу, при яких ринок грошей перебуває в рівновазі:

$$M/P=L(r,Y)$$

Модель допомагає аналізувати вплив монетарної та фіскальної політики на економіку.

Модель економічного зростання. Моделі економічного зростання вивчають фактори, що впливають на довгострокове зростання економіки.

Модель Солоу. Одна з найвідоміших моделей, яка враховує накопичення капіталу, технологічний прогрес та зростання населення:

$$Y=F(K,L)=K\alpha L1-\alpha$$

Допомагає зрозуміти, як різні фактори впливають на зростання ВВП і добробуту.

1.4. Використання економічних моделей для прогнозування

Економічні моделі є важливими інструментами для прогнозування, що дозволяє приймати обґрунтовані рішення. Економічні моделі використовуються для прогнозування таких макроекономічних показників, як ВВП, інфляція, рівень безробіття.

Методи**:** використання регресійного аналізу, моделей ARIMA, VAR тощо.

Значення**:** дозволяє урядам і бізнесу планувати бюджет, інвестиції та інші важливі рішення.

Економічні моделі також допомагають у прогнозуванні бізнес-процесів, таких як обсяги продажів, витрати та прибуток.

Методи. аналіз попиту, моделювання витрат, оцінка ризиків.

Значення. допомагає компаніям оптимізувати ресурси, зменшити витрати та підвищити ефективність.

Економічні моделі є критично важливими інструментами для аналізу, розуміння та прогнозування економічних процесів. Вони дозволяють формалізувати складні економічні взаємозв'язки та робити обґрунтовані висновки на основі кількісних даних.

1. **Різноманітність моделей.** Моделі попиту і пропозиції, виробничі функції, IS-LM та моделі економічного зростання демонструють різні аспекти економічної діяльності. Кожна з цих моделей має свої специфічні характеристики, які дозволяють аналізувати різні економічні ситуації.

2. **Значення для прогнозування.** Використання економічних моделей для прогнозування макроекономічних показників і бізнес-процесів надає можливість державним органам та підприємствам ефективно планувати свої дії, адаптувати стратегії та зменшувати ризики. Це особливо важливо в умовах економічної нестабільності та швидких змін.

3. **Актуальність даних.** Успішність застосування моделей залежить від наявності якісних і актуальних даних. Це підкреслює важливість статистичних досліджень і збору інформації для забезпечення точності прогнозів.

4. **Адаптація до змін.** Економічні моделі повинні бути адаптовані до нових реалій та умов, що вимагає постійного вдосконалення методів аналізу та прогнозування. Це дозволяє підтримувати їхню релевантність і ефективність у змінюваному економічному середовищі.

У підсумку, економічні моделі є незамінними інструментами для розуміння економіки, що дозволяють ефективно прогнозувати та планувати дії в умовах невизначеності. Їхнє використання сприяє більш обґрунтованим рішенням у державній політиці та бізнесі.

? ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

1. Що розуміють під економічним моделюванням?
2. У чому полягає значення моделювання для вивчення економічних процесів?
3. Які основні етапи побудови економічної моделі?
4. Що таке абстрагування та формалізація в процесі моделювання?
5. Які існують типи економічних моделей (вербальні, графічні, математичні тощо)?
6. У чому полягає відмінність між статистичним і математичним моделюванням?
7. Яку роль відіграють змінні та параметри в економічних моделях?
8. Що таке економетрична модель і для чого вона використовується?
9. Які методи математичного аналізу найчастіше застосовуються в економічному моделюванні?
10. Як економічні моделі допомагають у прогнозуванні соціально-економічних процесів?
11. У чому полягає сутність аналітичного та статистичного групування економічних даних?

12. Які види статистичних таблиць використовуються для представлення результатів моделювання?

13. Як перевіряється адекватність і достовірність економічної моделі?

14. Які приклади економічних моделей ви можете навести з практики?

15. Як моделювання сприяє підвищенню ефективності прийняття управлінських рішень?

ТЕСТИ

1. Що таке економічна модель?

A) Будь-яке описання економічних процесів словами.

B) Спрощене відображення економічної реальності для її аналізу та прогнозування.

C) Графічне зображення економічної структури.

D) Математичне рівняння без економічного змісту.

2. Основна мета економічного моделювання:

A) Ускладнення економічного аналізу.

B) Замінити реальні економічні процеси моделями.

C) Отримати інструмент для аналізу, планування та прогнозування.

D) Лише збір статистичних даних.

3. Який із наведених етапів є початковим у процесі моделювання?

A) Інтерпретація результатів.

B) Формулювання проблеми та постановка завдання.

C) Перевірка моделі.

D) Застосування результатів.

4. Що характеризує процес абстрагування?

A) Відмова від несуттєвих деталей для виділення головних властивостей об’єкта.

B) Використання конкретних емпіричних даних.

C) Уточнення параметрів моделі.

D) Побудову таблиць і графіків.

5. Який тип моделей використовує математичний апарат для опису економічних процесів?

A) Вербальні.

B) Графічні.

C) Математичні.

D) Логічні.

6. Що таке економетрична модель?

A) Теоретичне припущення без перевірки.

B) Модель, що поєднує економічну теорію, математичні методи та статистичні дані.

C) Схематичне зображення економічних зв’язків.

D) Будь-який опис економічного процесу.

7. Який результат очікується від використання економічних моделей?

A) Підвищення точності прогнозів і ефективності рішень.

B) Скорочення інформації про економіку.

C) Зменшення кількості змінних.

D) Відмова від реальних даних.

8. Який метод найчастіше застосовується для перевірки адекватності моделі?

A) Метод проб і помилок.

B) Статистичне тестування.

C) Дескриптивний аналіз.

D) Інтуїтивна оцінка.

9. Що таке ряди розподілу в економічному моделюванні?

A) Таблиці зі списками підприємств.

B) Упорядковані дані, що відображають частоту появи певних ознак.

C) Графіки зміни цін.

D) Алгоритми прийняття рішень.

10. Для чого використовуються економічні моделі у прогнозуванні?

A) Для ілюстрації минулих подій.

B) Для заміни статистичних методів.

C) Для оцінки можливих варіантів розвитку економічних процесів у майбутньому.

D) Для створення випадкових сценаріїв.

ТЕМИ АНАЛІТИЧНО-ОГЛЯДОВИХ ЗАВДАНЬ

1. Економічна система як об’єкт математичного моделювання.
2. Класифікація економічних моделей та їх практичне застосування.

3. Імітаційне моделювання в економіці: методи й сфери використання.
4. Роль моделей у макроекономічному прогнозуванні.
5. Моделі ринкової рівноваги та їх значення в економічній теорії.
6. Моделювання поведінки споживачів і виробників.
7. Оптимізаційні моделі: задачі ефективного розподілу ресурсів.
8. Аналітичні та статистичні моделі економічного зростання.
9. Застосування комп'ютерних моделей для аналізу фінансових ринків.
10. Моделі державного регулювання економіки та оцінка їх результативності.

🖩 ЗАДАЧІ

Задача №1. Модель попиту і пропозиції

На ринку страхових полісів автоцивілки (ОСЦПВ) у місті за місяць обсяг продажу (Q, тис. полісів) залежить від ціни поліса (P, грн) так:

Попит: $\boldsymbol{Q_d = 180 - 0,06P}$**.** Пропозиція: $\boldsymbol{Q_s = -20 + 0,08P}$

Скласти систему рівнянь ринкової рівноваги та знайти рівноважні P* і Q*.

Держава вводить акциз/податок 150 грн на кожен поліс, який сплачує продавець (страховик). Побудувати нову пропозицію та знайти нову рівновагу.

Альтернативно: замість податку держава надає субсидію 120 грн на поліс страховику за умови продажу онлайн. Визначити, як зміниться рівновага.

Порівняти зміни ціни для споживача, ціни, що отримує продавець, і обсягу продажу.

Задача №2. Оптимальний обсяг виробництва фірми (максимум прибутку + чутливість. Фірма виробляє аксесуари для електромобілів. Обсяг виробництва — $\boldsymbol{q}$(тис. одиниць на місяць). Функція сукупних витрат (TC), тис. грн:

$$\boldsymbol{TC(q) = 480 + 90q + 6q^2}$$

Ціна залежить від обсягу продажу (обернена функція попиту):

$\boldsymbol{P(q) = 420 - 8q}$(грн за одиницю)

Сукупний дохід (TR), тис. грн:

$\boldsymbol{TR(q) = \frac{P(q)\cdot(1000q)}{1000} = P(q) \cdot q}$(оскільки q в тис.)

Скласти функцію прибутку $\boldsymbol{\Pi(q) = TR(q) - TC(q)}$.

Знайти обсяг $\boldsymbol{q}$, який максимізує прибуток.

Аналіз чутливості:

зростання змінних витрат на +10% (коефіцієнт при $\boldsymbol{q}$стає 99)

або зниження попиту: $\boldsymbol{P(q) = 400 - 8q}$

Для кожного сценарію оцінити, як зміниться оптимальний обсяг.

Задача №3. Динаміка ВВП у моделі Солоу (вплив заощаджень/інвестицій) Економіка описується спрощеною моделлю Солоу на 10 періодів (років). Всі величини — у млрд грн (у цінах базового року).
Параметри:
Виробнича функція: $\boldsymbol{Y_t = K_t^{0.35} \cdot (A_t L_t)^{0.65}}$
$\boldsymbol{L_t = 10}$(млн осіб, сталий рівень)
Техпрогрес: $\boldsymbol{A_{t+1} = 1.02 A_t}$, $\boldsymbol{A_0 = 1}$
Норма амортизації: $\boldsymbol{\delta = 0.06}$
Норма заощаджень: $\boldsymbol{s = 0.22}$
Початковий капітал: $\boldsymbol{K_0 = 520}$
Динаміка капіталу: $\boldsymbol{K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + sY_t}$
Змоделювати траєкторію $\boldsymbol{Y_t}$(ВВП) на 10 років. Оцінити вплив зміни норми заощаджень: сценарій А: $\boldsymbol{s = 0.18;}$ сценарій В: $\boldsymbol{s = 0.28.}$
Для кожного сценарію порівняти ВВП у роках $\boldsymbol{t = 5}$і $\boldsymbol{t = 10}$та зробити висновки.

Задача №4. Імітаційне моделювання ринку (агентна модель)
Потрібно змоделювати ринок добровільного медичного страхування (ДМС) у місті протягом 12 місяців. Суб'єкти (агенти) 3 страхові компанії: A, B, C , 10000 домогосподарств (клієнти); 20 корпоративних клієнтів (підприємства).
Початкові умови: Середній дохід домогосподарства: 28 000 грн/міс; Ймовірність купівлі ДМС залежить від ціни: якщо премія ≤ 450 грн/міс → купують 12% домогосподарств ; 451–600 грн/міс → 7%; 600 грн/міс → 3%.
Ціни (премії) у старті: A: 520 грн/міс; B: 480 грн/міс; C: 560 грн/міс.
Рівень сервісу (впливає на утримання клієнтів): A: 0.80; B: 0.72; C: 0.86
Ймовірність пролонгації договору = 0.6 + 0.4·(рівень сервісу)
Правила взаємодії. Кожного місяця клієнти можуть перейти до іншого страховика, якщо різниця ціни > 60 грн або сервіс конкурента вищий на >0.08. Компанія може змінювати ціну раз на квартал не більше ніж на ±8%. Зовнішній шок: з 7-го місяця зростає частота звернень за медпослугами на +20%, що зменшує сервіс кожної компанії на 0.05, якщо вона не підвищує премію.
Завдання: побудувати імітаційну модель; дослідити зміну часток ринку і «нову рівновагу» при шоку; порівняти два сценарії: компанії піднімають премії vs зберігають премії.

Задача №5. Ефективність заходів державної політики (ринок + бюджет + соціальні групи) Ринок: туристичне страхування (млн полісів на рік). Попит і

пропозиція: $\boldsymbol{Q_d = 24 - 0.004P;\ Q_s = -6 + 0.003P,}$ де $\boldsymbol{Q}$— млн полісів, $\boldsymbol{P}$— грн/поліс.

Соціальні групи (частка попиту):

група 1 (низький дохід) — 35%

група 2 (середній дохід) — 45%

група 3 (високий дохід) — 20%

Еластичність попиту за ціною:

група 1: $\boldsymbol{E = -1.6}$

група 2: $\boldsymbol{E = -1.1}$

група 3: $\boldsymbol{E = -0.6}$

Політика держави (два варіанти, порівняти). Варіант А (субсидія): держава компенсує 80 грн на кожен поліс для групи 1 (лише онлайн). Варіант В (податок): вводиться збір 50 грн з кожного поліса для фінансування фонду медичної евакуації.

Завдання: знайти рівновагу до втручання. Для кожного варіанта оцінити нову рівновагу; витрати/доходи бюджету; зміни добробуту груп (на основі змін ціни/обсягу та еластичності). Зробити висновок, який інструмент є ефективнішим з точки зору ринку + бюджету + соціальної справедливості.

ТЕМА 2
КОНЦЕПТУАЛЬНІ ЗАСАДИ ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

2.1. Сутність та етапи математичного моделювання в економіці

2.2. Основні етапи побудови економічної моделі

2.3. Класифікація та принципи побудови економіко-математичних моделей

2.4. Роль та обмеження математичного моделювання в сучасній економіці

Ключові поняття теми: математичне моделювання; економічна система; формалізація економічних процесів; економічні параметри; ендогенні та екзогенні змінні; функціональні залежності; модельні рівняння; економетричний аналіз; оптимізаційні методи; імітаційне моделювання; макроекономічні та мікроекономічні моделі; системний аналіз; прогнозування соціально-економічної динаміки; калібрування моделі; валідація; економічні рішення; сценарний аналіз.

Мета: Метою математичного моделювання економіки є формування формалізованих описів економічних процесів, які дають змогу виявляти закономірності функціонування економічних систем, ідентифікувати структурні залежності між економічними змінними та кількісно оцінювати вплив економічних рішень і політик. Математичні моделі покликані забезпечити прогнозування динаміки соціально-економічних показників, оптимізацію розподілу обмежених ресурсів, а також зменшення невизначеності при ухваленні управлінських рішень у державному та корпоративному секторах. Крім того, моделювання спрямоване на перевірку та уточнення економічних теорій, підвищення надійності аналітичних оцінок та формування науково обґрунтованих рекомендацій щодо розвитку економічних систем різного рівня — від мікроекономічних одиниць до макроекономіки.

2.1. Сутність та етапи математичного моделювання в економіці

Концептуальні засади математичного моделювання економіки — це сукупність принципів, підходів, методів і припущень, на яких базується побудова математичних моделей економічних процесів та явищ. Вони слугують основою для формалізації економічної реальності з метою аналізу, прогнозування та прийняття управлінських рішень.

Математичне моделювання в економіці — це процес побудови абстрактного математичного образу (моделі) економічної системи, явища чи процесу з метою їх дослідження, опису або оптимізації. Модель виступає спрощеним, але логічно цілісним відображенням економічної дійсності, яке дає змогу виявити основні закономірності функціонування системи.

Економіко-математичне моделювання дозволяє переходити від якісного опису **економічних процесів до** кількісного аналізу**, що** значно підвищує точність оцінок і обґрунтованість управлінських рішень. Саме за допомогою моделювання можна визначити, як зміна одного чи кількох факторів впливає на кінцеві результати діяльності підприємства, галузі або національної економіки загалом.

Процес моделювання в економіці передбачає три основні складові:

Об’єкт дослідження — економічна система або процес, який підлягає аналізу (економіка країни, регіону, галузі, підприємства чи окремого підрозділу).

Суб’єкт дослідження — дослідник або аналітик, який ставить перед собою завдання вивчити закономірності функціонування об’єкта, визначити взаємозв’язки між його елементами та знайти оптимальні рішення.

Економіко-математична модель — формалізоване відображення економічного об’єкта, яке використовується для його аналізу, прогнозування та оптимізації управлінських дій.

Призначення економіко-математичного моделювання полягає у створенні науково обґрунтованих інструментів для аналізу, прогнозування та оптимізації економічних процесів на різних рівнях — від мікроекономічного до макроекономічного. Моделі дозволяють представити складні економічні явища у вигляді системи математичних залежностей, що забезпечує можливість точного кількісного аналізу та ухвалення ефективних управлінських рішень.

Одне з головних завдань моделювання — виявлення закономірностей та взаємозв’язків між економічними показниками. За допомогою моделі можна оцінити вплив окремих факторів (цін, податків, заробітної плати, інвестицій, державних витрат тощо) на результати діяльності підприємства або на динаміку

розвитку економіки країни в цілому. Це дає змогу виявити ключові драйвери економічного зростання та чинники ризику.

Інше важливе призначення — **оптимізація управлінських рішень**. На основі моделювання можна знаходити найкращі варіанти розподілу ресурсів, визначати оптимальний рівень виробництва, структуру інвестицій, транспортні маршрути чи цінову політику. Такі моделі застосовуються для підвищення ефективності діяльності підприємств, зниження витрат і максимізації прибутку.

Не менш важливою є прогнозна функція моделювання. Математичні моделі дозволяють не лише аналізувати поточний стан економічних процесів, а й передбачати їх розвиток у майбутньому. Це особливо актуально для стратегічного планування, бюджетного прогнозування, аналізу ринку праці, рівня інфляції, темпів зростання ВВП чи державного боргу. Прогнозні розрахунки допомагають урядовим структурам, бізнесу та інвесторам приймати рішення, враховуючи можливі сценарії розвитку подій.

Ще одне призначення економіко-математичного моделювання — обґрунтування економічної політики**.** За допомогою моделей можна оцінювати наслідки впровадження нових законів, податкових або монетарних заходів, виявляти можливі ризики та визначати найефективніші шляхи державного регулювання.

Крім того, моделювання сприяє підвищенню об’єктивності економічного аналізу**,** оскільки воно базується на числових даних і чітких математичних співвідношеннях, а не лише на суб’єктивних оцінках або інтуїції аналітиків.

У сучасних умовах цифрової економіки математичні моделі є основою для функціонування систем підтримки прийняття рішень**,** економічного прогнозного програмного забезпечення **та** Big Data-аналітики. Вони допомагають швидко обробляти великі обсяги інформації, виявляти приховані закономірності та створювати ефективні цифрові інструменти управління економічними процесами.

Таким чином, економіко-математичне моделювання виконує комплексне призначення — воно не лише слугує засобом дослідження економічних систем, але й виступає потужним механізмом їх удосконалення, прогнозування розвитку та підвищення ефективності функціонування на всіх рівнях економічної діяльності.

2.2. Основні етапи побудови економічної моделі

Математична модель є спрощеним, але цілісним уявленням економічної реальності, яке дозволяє досліднику зосередитися на найважливіших закономірностях функціонування системи. Її побудова дає змогу виявити суттєві

взаємозв'язки між змінними, проаналізувати динаміку розвитку економічних процесів, здійснити прогнозування можливих тенденцій і прийняти оптимальні управлінські рішення.

Процес створення економіко-математичної моделі є багатоступеневим і вимагає системного підходу. Кожен етап має свою специфіку та спрямований на підвищення достовірності й практичної цінності моделі.

Основні етапи побудови економічної моделі включають:

1. **Постановку економічної проблеми та її якісний аналіз.** На цьому етапі визначається мета дослідження, формулюється завдання моделювання, уточнюються межі об'єкта аналізу та встановлюються основні фактори, що впливають на досліджуваний процес. Якісний аналіз передбачає теоретичне осмислення проблеми, визначення ключових змінних і встановлення причинно-наслідкових зв'язків між ними.
2. **Розробку концептуальної моделі.** Концептуальна модель — це узагальнене логічне відображення економічного процесу, в якому визначаються структура системи, зв'язки між її елементами та напрямки взаємодії. На цьому етапі формуються припущення, спрощення та основні гіпотези, які стануть базою для математичної формалізації.
3. **Математичний аналіз моделі.** Цей етап передбачає перехід від якісного опису до кількісного вираження економічних залежностей. Застосовуються методи алгебри, статистики, оптимізації, диференціальних рівнянь чи економетрики для побудови системи рівнянь, що відображають сутність економічного явища. Математичний аналіз дозволяє оцінити чутливість моделі до змін вхідних параметрів і виявити можливі сценарії розвитку ситуації.
4. **Розробку програмної реалізації моделі.** Після математичної формалізації модель реалізується за допомогою комп'ютерних технологій. Це може бути створення програмного продукту, економічного симулятора або алгоритму, який дозволяє автоматизувати розрахунки, візуалізувати результати та проводити моделювання різних сценаріїв.
5. **Перевірку адекватності моделі.** На цьому етапі проводиться **валідація** та **верифікація** моделі.

✓ **Валідація** означає перевірку відповідності моделі реальній економічній системі, тобто встановлення, наскільки вона точно відображає процес, що досліджується, для конкретних цілей аналізу.

✓ **Верифікація** — це перевірка правильності технічної реалізації моделі, зокрема її програмного або аналітичного втілення. Вона дозволяє впевнитися, що модель функціонує згідно із закладеними теоретичними положеннями та не містить логічних або обчислювальних помилок.

Результати перевірки визначають, чи є модель достовірною, стабільною і придатною до подальшого використання.

6. **Організацію та планування експериментів.**Після перевірки моделі проводяться експерименти, під час яких змінюються окремі параметри з метою дослідження реакції системи. Це дозволяє виявити найефективніші управлінські рішення, оцінити наслідки різних економічних політик або перевірити вплив зовнішніх факторів.

7. **Інтерпретацію результатів і прийняття рішень.**Отримані результати аналізуються з економічної точки зору. Важливо не лише отримати числові значення, а й правильно їх осмислити, зробити висновки щодо ефективності обраної стратегії, визначити шляхи оптимізації чи прогнозування майбутніх тенденцій.

8. **Оформлення результатів дослідження.**Завершальний етап передбачає систематизацію отриманих результатів, оформлення їх у вигляді звіту, аналітичної довідки, наукової статті чи презентації. Документування результатів підвищує практичну цінність моделі та дозволяє використовувати її для подальших досліджень або у процесі прийняття управлінських рішень.

Після кожного з вищезазначених етапів перевіряється достовірність моделі. Перевірку можна умовно розділити на два етапи: перевірка правильності створення концептуальної моделі, тобто задуму – валідація; перевірка правильності її реалізації – верифікація. Під час перевірки достовірності потрібно відповісти на запитання про відповідність моделі модельованій системі, тобто визначити, наскільки ізоморфні система та модель.

На етапі верифікації розглядають, чи правильно перетворено концептуальні модель на комп'ютерну програму, тобто виконують налагодження програми моделювання.

Зобразимо схему координації та взаємозв'язку валідації, верифікації та забезпечення довіри до моделі (рисунок 2.1).

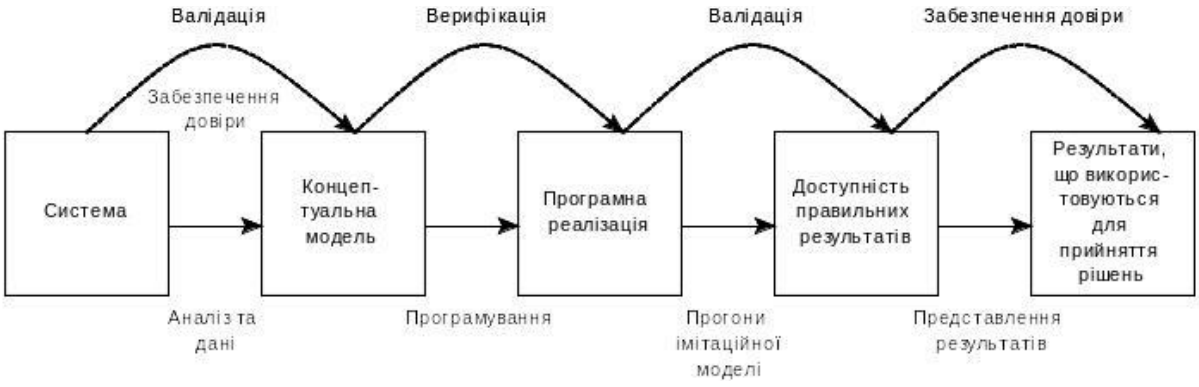


Рисунок 2.1 – Схема координації та взаємозв'язку валідації, верифікації та забезпечення довіри до моделі

Валідація – це процес, який дає змогу встановити чи є модель (а не комп'ютерна програма) точним відображенням системи для конкретних цілей дослідження.

Акредитація – це офіційне визнання, того, що дана модель підходить для визначених цілей.

2.3. Класифікація та принципи побудови економіко-математичних моделей

Економіко-математичні моделі поділяються на класи за різними класифікаційними ознаками:

1) за загальним цільовим призначенням моделі поділяють на:

- теоретичні – використовують для вивчення формальних умов;
- прикладні – використовують для того, щоб описати поведінку конкретного економічного об'єкта;

2) за рівнем охоплення моделі поділяють на:

- макроекономічні – описують економіку країни як єдине ціле;
- мікроекономічні – описують складові економіки на рівні галузі, підприємства чи його структурного підрозділу;

3) за динамікою моделі поділяються на:

- статичні – не враховують чинник часу і описують поведінку об'єкта в конкретний момент часу;
- динамічні – враховують чинник часу і включають зв'язки змінних у часі;

4) за врахуванням чинника невизначеності моделі поділяють на:

- детерміновані – передбачають лише функціональні зв'язки між змінними;
- стохастичні – передбачають наявність випадкових змінних;

5) за конкретним цільовим призначенням моделі поділяють на

- рівноваги – описують такі стани об'єкта, коли результат усіх сил, які прагнуть вивести його з рівноваги, дорівнює нулю;
- оптимізаційні – дозволяють вибрати найкращий за певним критерієм варіант з декількох альтернативних;
- балансові – відображають відповідність наявності ресурсів їх використанню;
- трендові – дозволяють вивчити розвиток економічного об'єкта з урахуванням тривалої тенденції його основних параметрів;
- імітаційні – застосовуються у процесі імітації досліджуваних економічних процесів за допомогою технічних засобів;

6) за формою математичних залежностей моделі поділяють на:

- лінійні – у яких залежності між змінними мають лінійний вигляд;
- нелінійні – у яких залежності між змінними мають нелінійний вигляд;
- матричні – у яких співвідношення між змінними мають вигляд матриці.

Побудова економіко-математичних моделей ґрунтується на ряді принципів, які забезпечують наукову достовірність, практичну придатність та універсальність отриманих результатів. Ці принципи визначають якість моделі, її здатність адекватно відображати економічну реальність і забезпечувати ефективність прийняття рішень.

1. **Адекватність.**Модель повинна максимально точно відображати суттєві характеристики реальної економічної системи або процесу. Це означає, що між реальною системою та її математичним відображенням має існувати відповідність основних закономірностей, взаємозв'язків і тенденцій розвитку. Адекватність забезпечує можливість використання результатів моделювання для практичного аналізу та прогнозування.

2. **Спрощення (абстрагування).** У моделі необхідно виділяти лиш е найважливіші змінні та зв'язки, відкидаючи несуттєві деталі, що не впливають істотно на кінцевий результат. Це дає змогу зменшити складність розрахунків і зробити модель більш зрозумілою та керованою. Принцип спрощення не означає втрату змісту, а лише передбачає концентрацію уваги на ключових чинниках, які визначають поведінку системи.

3. **Математична строгість.** Модель має бути формалізованою, логічно послідовною та математично обґрунтованою. Усі припущення, залежності та рівняння повинні бути чітко визначені й не суперечити основним законам економіки. Це забезпечує можливість перевірки моделі, її точність і наукову коректність.

4. **Перевірюваність (верифікація та валідація).** Модель повинна бути перевірена на основі фактичних (емпіричних) даних. Верифікація означає перевірку правильності математичної реалізації моделі, а валідація — відповідність моделі реальному об'єкту дослідження. Перевірюваність гарантує достовірність результатів і підвищує довіру до моделювання як інструменту аналізу.

5. **Прогнозованість.** Модель повинна мати можливість не лише пояснювати минулі та поточні економічні процеси, але й передбачати їх майбутній розвиток. Прогнозна функція є однією з найважливіших у моделюванні, адже вона дозволяє визначати наслідки управлінських рішень, оцінювати ефективність економічної політики та планувати діяльність підприємств і держави.

6. Гнучкість і адаптивність. Модель має бути достатньо гнучкою, щоб адаптуватися до змін зовнішнього середовища, появи нових факторів чи змін у структурі економічних зв'язків. Це особливо важливо в умовах сучасної економіки, що характеризується високою динамічністю, цифровізацією та невизначеністю. Гнучка модель легко модифікується, розширюється та вдосконалюється без втрати цілісності.

2.4. Роль та обмеження математичного моделювання в сучасній економіці

Математичне моделювання відіграє ключову роль у сучасному економічному аналізі. Його застосування забезпечує наукову обґрунтованість управлінських рішень, сприяє ефективному плануванню та прогнозуванню економічного розвитку. Основні аспекти ролі математичного моделювання:

1. Кількісна оцінка економічних процесів.

Дає змогу точно вимірювати вплив окремих факторів на результати діяльності (наприклад, вплив зміни податкової ставки на обсяг інвестицій).

Полегшує аналіз залежностей між змінними.

2. Оптимізація економічних рішень

Моделі дозволяють знаходити оптимальні варіанти розподілу ресурсів, максимізації прибутку, мінімізації витрат тощо.

Приклади: моделі лінійного програмування, транспортні задачі, моделі оптимального портфеля інвестицій.

3. Прогнозування

Дозволяє прогнозувати майбутні зміни в економіці на основі наявних даних.

Використовується в бюджетному плануванні, аналізі ринків, визначенні темпів зростання ВВП, інфляції тощо.

4. Обґрунтування економічної політики

Моделі допомагають оцінити наслідки впровадження державних заходів — податкових, монетарних, соціальних.

Є інструментом для моделювання макроекономічної рівноваги.

5. Аналіз альтернативних сценаріїв

Дає змогу моделювати різні варіанти розвитку подій (what-if analysis), що корисно при прийнятті стратегічних рішень.

Наприклад, що буде з ринком праці при зростанні мінімальної зарплати.

6. Цифровізація економіки

Математичні моделі лежать в основі економічного програмного забезпечення, фінансових симуляторів, систем підтримки прийняття рішень.

Сприяє розвитку інтелектуальних систем в економіці (економічний AI, Big Data-аналітика).

Обмеження і виклики математичного моделювання в економіці

Попри численні переваги, математичне моделювання має низку обмежень і викликів, зумовлених складністю та динамічністю економічного середовища:

1. Складність та багатофакторність економічних процесів

Неможливо повністю врахувати всі чинники, що впливають на економічну ситуацію.

Моделі зазвичай спрощують реальність, що може призвести до втрати точності.

2. Невизначеність і динамічність середовища

Економіка постійно змінюється: політичні кризи, війни, пандемії, технологічні прориви тощо.

Це ускладнює створення стабільних і довгострокових моделей.

3. Неточність та обмеженість вихідних даних

Вхідні дані можуть бути застарілими, неповними або недостовірними.

Часто використовуються статистичні припущення, що не завжди відповідають реальності.

4. Суб'єктивність припущень

Будь-яка модель базується на певних допущеннях (раціональність учасників ринку, стабільність параметрів тощо).

У разі неправильного вибору припущень — модель втрачає ефективність.

5. Складність інтерпретації результатів

Навіть точний математичний результат потребує економічного осмислення.

Без правильного аналізу модель може бути використана неправильно.

6. Математична складність і недоступність для широкого загалу

Побудова складних моделей потребує високого рівня математичної підготовки.

Ускладнюється комунікація результатів між науковцями та практиками.

? ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

1. Що розуміють під математичним моделюванням економічних систем?
2. Які основні етапи побудови математичної моделі економіки?
3. У чому полягає різниця між ендогенними та екзогенними змінними економічної моделі?
4. Які вимоги висуваються до наукової економічної моделі?

5. Що таке формалізація економічних процесів і яка її роль у моделюванні?

6. Які типи математичних моделей використовуються в економіці (детерміновані, стохастичні, оптимізаційні, імітаційні тощо)?

7. У чому полягає значення системного підходу в економічному моделюванні?

8. Як здійснюється калібрування та валідація економічних моделей?

9. Яку роль відіграє прогнозування у математичному моделюванні економіки?

10. Яким чином моделювання сприяє ухваленню обґрунтованих економічних рішень?

11. Які обмеження та ризики притаманні математичним моделям економіки?

12. У чому полягає практична цінність аналізу чутливості моделі?

13. Які особливості моделювання макроекономічних процесів порівняно з мікроекономічними?

14. Як математичні моделі допомагають перевіряти економічні теорії?

15. Чому важливо враховувати невизначеність та стохастичність у моделях економічних систем?

ТЕСТИ

1. Що є головною метою математичного моделювання економіки?

A. Ускладнення опису економічних процесів

B. Створення формалізованих схем прогнозування та аналізу економічних систем

C. Заміна економічної теорії

D. Підвищення податкових надходжень

2. Які змінні визначаються всередині моделі?

A. Екзогенні

B. Ендогенні

C. Стохастичні

D. Параметричні

3. Що є ключовою вимогою до економічної математичної моделі?

A. Складність формул

B. Можливість використання тільки для теоретичних досліджень

C. Адекватність реальним економічним процесам

D. Відсутність перевірки

4. Який тип моделі використовують для відтворення поведінки системи у динаміці шляхом чисельних експериментів?

A. Оптимізаційні моделі

B. Імітаційні моделі

C. Статичні моделі

D. Лінійні моделі

5. Процедура налаштування параметрів моделі відповідно до фактичних даних — це:

A. Валідація

B. Інтерполяція

C. Калібрування

D. Оптимізація

6. Що таке аналіз чутливості моделі?

A. Перевірка емоційної реакції аналітика

B. Дослідження впливу змін параметрів на результати моделі

C. Визначення мінімальної кількості змінних

D. Усунення екзогенних факторів

7. До якого типу належить модель, у якій відсутній фактор випадковості?

A. Стохастична

B. Детермінована

C. Імітаційна

D. Нелінійна

8. Яка характеристика економічної системи обумовлює необхідність використання моделей?

A. Її повна передбачуваність

B. Відсутність взаємозв’язків між елементами

C. Складність та багатофакторність

D. Мінімальний вплив зовнішніх факторів

9. Для чого використовують валідацію моделі?

A. Для зменшення кількості рівнянь

B. Для перевірки відповідності моделі реальним даним

C. Для збільшення кількості параметрів

D. Для усунення ендогенних змінних

10. Який метод найчастіше використовується для аналізу статистичних залежностей у економіці?

A. Економетрика

B. Хімічне моделювання

C. Географічний аналіз

D. Лінгвістичне порівняння

ТЕМИ ДЛЯ АНАЛІТИЧНО-ОГЛЯДОВИХ ЗАВДАНЬ

1. Концептуальні засади математичного моделювання економічних систем.
2. Роль формалізації у побудові економічних моделей.
3. Класифікація математичних моделей в економіці: детерміновані, стохастичні, оптимізаційні та імітаційні підходи.
4. Ендогенні та екзогенні змінні: теоретичне значення та практичне використання.
5. Методологія побудови макроекономічних моделей розвитку.
6. Математичні моделі економічного зростання: аналіз класичних та сучасних підходів.
7. Оптимізаційні моделі в економіці: принципи побудови та сфери застосування.
8. Моделювання ринкової рівноваги: теоретичні основи та прикладні аспекти.
9. Економетричне моделювання як інструмент аналізу економічних залежностей.
10. Імітаційне моделювання складних економічних процесів: методи та практична ефективність.
11. Аналіз чутливості економічних моделей: методологія та інтерпретація результатів.
12. Валідація та калібрування економічних моделей у сучасній науковій практиці.
13. Модельні підходи до прогнозування макроекономічних показників.
14. Моделювання поведінки споживачів і виробників у мікроекономічних системах.
15. Системний підхід у математичному моделюванні економіки.
16. Математичні моделі державного регулювання економічних процесів.

17. Застосування комп’ютерних моделей у дослідженні фінансових ринків.

18. Стохастичні моделі в аналізі ризиків і невизначеності в економічних системах.

19. Роль математичного моделювання у формуванні економічної політики.

20. Моделювання розподілу ресурсів у багатосекторних економічних системах.

ЗАДАЧІ:

Задача №1. Модель попиту та пропозиції

Дано функцію попиту:

Qd=120−3PQ_d = 120 - 3PQd=120−3P

та функцію пропозиції:

Qs=20+2P.Q_s = 20 + 2P.Qs=20+2P.

Завдання:

1. знайти рівноважну ціну та рівноважний обсяг;
2. визначити, як зміниться рівновага, якщо держава запровадить податок у розмірі 5 грн за одиницю продукції.

Задача № 2. Оптимальний обсяг виробництва

Фірма має функцію витрат:

C(Q)=50+4Q+Q2,C(Q) = 50 + 4Q + Q^2,C(Q)=50+4Q+Q2,

та функцію доходу:

R(Q)=20Q.R(Q) = 20Q.R(Q)=20Q.

Завдання:

1. визначити обсяг виробництва, що максимізує прибуток;
2. знайти максимальний прибуток.

Задача № 3. Модель економічного зростання

У моделі Солоу задано:

– норма заощаджень s=0.2s = 0.2s=0.2,

– темп зростання населення n=0.03n = 0.03n=0.03,

– норма амортизації δ=0.05δ = 0.05δ=0.05,

– виробнича функція Y=K0.5L0.5Y = K^{0.5}L^{0.5}Y=K0.5L0.5.

Завдання:

1. побудувати рівняння зміни капіталу на одного працівника;
2. визначити стаціонарний рівень k∗k^*k∗.

Задача № 4. Імітаційна модель ринку

На ринку діють 50 покупців і 30 продавців. Кожен покупець має індивідуальну максимальну ціну покупки, задану випадковою величиною з інтервалу [20;60][20; 60][20;60]. Продавці мають мінімально прийнятну ціну в інтервалі [30;70][30; 70][30;70].

Завдання:

побудувати імітаційну модель ринку та визначити:

1. кількість угод;
2. середню ринкову ціну;
3. як зміняться результати при збільшенні кількості покупців на 20%.

Задача №5. Економетрична оцінка

Дано вибірку з 8 спостережень щодо залежності споживання CCC від доходу YYY:

Y	**10**	**12**	**15**	**18**	**20**	**22**	**25**	**28**
C	6	7	9	11	12	13	15	17

Завдання:

1. побудувати лінійну регресійну модель виду C=a+bYC = a + bYC=a+bY;
2. обчислити параметри aaa та bbb методом найменших квадратів;
3. інтерпретувати отримані результати.

Задача № 6. Оптимізаційна задача ресурсного розподілу

Підприємство має 100 одиниць ресурсу, які можна розподілити на виробництво двох товарів:

Q1=2x,Q2=3y,Q_1 = 2x, \quad Q_2 = 3y,Q1=2x,Q2=3y,

де x+y≤100x + y \le 100x+y≤100.

Ціна товарів: P1=5P_1 = 5P1=5, P2=4P_2 = 4P2=4.

Завдання: знайти оптимальний розподіл ресурсу x,yx, yx,y, що максимізує дохід.

Задача №7 . Дослідження чутливості

Модель передбачає, що ВВП країни зростає за формулою Y(t)=Y0egt, Y(t)=Y_0 e^{gt},Y(t)=Y0egt,

де початковий ВВП Y0=200Y_0=200Y0=200, темп зростання g=0.04g = 0.04g=0.04.

Завдання:

1. визначити ВВП через 10 років;
2. оцінити зміну результату, якщо темп зростання зміниться на ±1%.

ТЕМА 3
СТАТИСТИЧНА БАЗА ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ: ЗВЕДЕННЯ ТА ГРУПУВАННЯ ДАНИХ

3.1. Зміст і завдання статистичного зведення
3.2. Статистичне групування, його суть, завдання і види
3.3. Визначення кількості груп і величини інтервалів
3.4. Вторинне групування
3.5. Ряди розподілу

Ключові поняття теми: аналітичне групування, зведення, просте зведення, складне зведення, централізоване і децентралізоване зведення, статистичну групування, типологічне групування, структурне групування, класифікація, прості і комбінаційні групування, ряди розподілу, варіаційні ряди, атрибутивні ряди розподілу, дискретні ряди, інтервальні ряди, елементи ряду розподілу, статистичні таблиці, прості, групові і комбінаційні таблиці.

Мета: ознайомлення з основними складовими зведення і групування статистичних даних.

3.1 Зміст і завдання статистичного зведення

У результаті проведеного статистичного спостереження отримують дані, які характеризують кожну одиницю сукупності. Проте ці первинні дані не можна використовувати для всебічної характеристики досліджуваних явищ, оскільки їх необхідно узагальнити, обробити. Цю роботу виконують на другому етапі статистичного дослідження, який називається зведення і групування статистичних даних.

Зведення – це систематизація первинних даних з метою одержання узагальнюючих характеристик досліджуваного явища за рядом суттєвих для нього ознак. Призначенням зведення є одержання на основі зведених даних узагальнюючих статистичних показників, які відображають суть і закономірності розвитку соціально-економічних явищ.

Зведення є основою подальшого аналізу статистичної інформації. За зведеними даними розраховують узагальнюючі показники, виконують порівняльний аналіз, а також аналіз причин групових відмінностей, вивчають взаємозв'язки між ознаками.

За допомогою зведення вирішують такі завдання:

1) групування даних;

2) розробка системи показників для характеристики груп всієї статистичної сукупності;

3) обчислення групових і загальних показників;

4) зведення результатів обчислення у статистичних таблицях.

Статистичне зведення проводять за спеціальною програмою, яку складають залежно від завдань статистичного дослідження і прийнятої форми зведення і техніки розробки. Програма встановлює групувальні ознаки для утворення однорідних у певному відношенні груп, їх кількість, макети таблиць, які містять об'єкти дослідження та показники, що їх характеризують.

Перш ніж приступити до зведення зібраного первинного матеріалу його потрібно проконтролювати і прийняти. Попередній теоретичний аналіз повинен сприяти тому, щоб під час зведення не губились основні риси досліджуваних явищ в загальних підсумках. Опрацьований матеріал необхідно перевірити за повнотою охоплення обстежуваних одиниць і якістю отриманих про них даних.

Якість і повноту зібраної інформації перевіряють за допомогою логічного і лічильного контролю, виявлені недоліки виправляють. Важливою умовою своєчасного і правильного проведення статистичного зведення і суворе дотримання звітної дисципліни. І тільки після того, як весь первинний статистичний матеріал старанно проконтрольований і належним чином виправлений, можна приступати до його зведення.

Статистичне зведення розрізняється в залежності від глибини перетворень, формою організації і техніки обробки.

В залежності від глибини перетворень:

1.Просте зведення – це групування даних в статистичні таблиці, підведення загальних підсумків по сукупності в цілому.

2.Складне зведення – яке передбачає групування даних, розробку системи показників, підрахунок групових і загальних підсумків та виклад результатів зведення у вигляді статистичних таблиць чи графіків.

За формою організації зведення буває централізоване і децентралізоване.

При централізованій формі організації зведення всі матеріали спостереження обробляють і синтезують в Державному комітеті статистики України. Суттєвою перевагою даної форми зведення є те, що вона дає

можливість його автоматизації і використання єдиної методології обробки даних.

При децентралізованій формі організації зведення результати спостереження проходять обробку в декілька етапів, які відрізняються між собою за ступенем узагальнення матеріалу (будь - які види звітності, результати перепису).

В залежності від техніки обробки:

1) Ручне зведення – всі операції виконують ручним способом за допомогою карток або списків;

2) Автоматизоване – поводиться на автоматизованих робочих місцях з використанням ПК.

3.2. Статистичне групування, його суть, завдання і види

Групуванням – це розподіл сукупності на групи, однорідні по одному чи декільком ознаках(наприклад, чоловіки, жінки – групи, однорідні за ознакою статі). Серед багатьох методів, які роблять статистику одним з найсучасніших знарядь соціального пізнання, групування вважається найбільш ефективним. Воно є центральним моментом любого зведення, завдяки чому матеріал статистичного спостереження приймає систематизованого вигляду.

Групування є одним із найважливіших етапів статистичної роботи з цифрами. Всі інші статистичні методи ефективні тільки на підставі групувань і в поєднанні з ними. Так, наукове застосування методу відносних і середніх величин, індексного, кореляційного та інших методів можливе тільки після того, як статистичний матеріал розподілено на групи однотипних об’єктів.

Опираючись на раніше нагромаджені знання по досліджуване явище, варто виділити із всієї різноманітності зв’язків основний процес, який визначає інші зміни явища і спричиняє якісні зміни. Потім необхідно установити, що нового з’являється в результаті розвитку даного процесу, які створюються типи явищ та їх характерні риси.

Подальшим етапом групування даних є визначення форм розвитку певних типів явищ. Форми розвитку окремих явищ значною мірою зумовлені місцевими умовами, які потрібно з’ясувати. Відповідно до форм розвитку слід вибрати групувальні ознаки, які абсолютно і повно відображують внутрішні особливості досліджуваних явищ. Вони повинні бути характерними та істотними для даного явища. При цьому необхідно додержуватися принципу рівності об’єктивних факторів виробництва, насамперед природних і економічних умов.

За допомогою групувань систематизують первинний статистичний матеріал, поділяють його за істотними варіюючими ознаками на групи для того,

щоб глибше проаналізувати. Таким чином, групування є основою для застосування інших методів аналізу.

Залежно від цілей та його змісту групування поділяють на:типологіне групування, струкутрне групування, аналітичне групування.

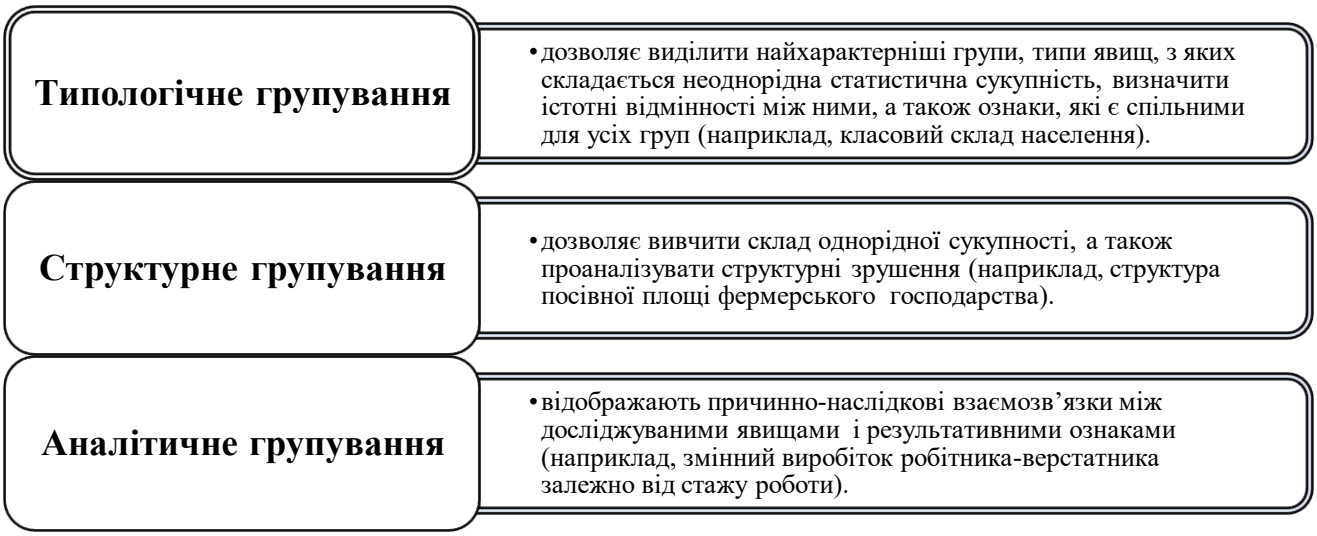


Рисунок 3.1. Види групувань

Типологічне групування використовують для виокремлення соціально–економічних типів з різноякісних одиниць, щоб показати відмінність або подібність різних явищ. Наприклад, групування населення за соціальною ознакою – класовим складом, продукції – за економічним призначенням, окремих типів підприємств - за виробничим напрямом.

За допомогою типологічних групувань виділяють типи явищ. Подальше дослідження типів зумовлює потребу у розмежуванні однорідних груп за рядом певних ознак.

Різновидом типологічних групувань є класифікації. Класифікація – це систематизований, заздалегідь встановлений поділ явищ і об'єктів на групи, класи, розряди, категорії, за якими проводиться зведення даних. Основою класифікації є якісна ознака.

Таблиця 3.1.

Динаміка виробництва кондитерських виробів в Україні, тис.грн.

Найменування продукції	2023р.	2024р.	2025р.	Темп зростання 2025р. до 2023р, %
Борошняні кондитерські вироби, торти, тістечка нетривалого зберігання	16337464,0	17646120,0	19754747,4	120,9
Борошняні кондитерські вироби, торти, тістечка тривалого зберігання	7932012	7074410	9317496	117,4
Какао,шоколад та цукрові кондитерські вироби	22634330	27475532	32900690	145,3

Основні класифікації затверджують органи Державної служби статистики України. Вони обов'язкові до застосування. Тобто мають силу стандарту. Класифікації встановлюють для порівняно стійких масових явищ. Їх розробка і вдосконалення ґрунтуються на методології статистичних групувань.

Другим важливим завданням статистичних групувань є **дослідження структури типових однорідних груп**, що дає змогу виявити внутрішню будову та пропорції елементів статистичної сукупності. Таке групування дозволяє визначити, як саме розподіляються одиниці спостереження за певною ознакою, та встановити характер співвідношень між окремими частинами сукупності.

Групування, яке спрямоване на характеристику **структури однорідної сукупності** за певною класифікаційною ознакою (кількісною чи якісною), називають **структурним групуванням**. Воно відіграє ключову роль у статистичному аналізі, оскільки дає можливість:

- ✓ визначити частки окремих груп і їх вагу в складі сукупності;
- ✓ дослідити закономірності та відмінності в розподілі елементів;
- ✓ встановити пропорції, тенденції та структурні зрушення;
- ✓ оцінити ступінь рівномірності або нерівномірності розподілу;
- ✓ підготувати базу для подальшого аналітичного узагальнення та інтерпретації статистичних показників.

Структурні групування особливо важливі при аналізі соціально-економічних явищ, де необхідно не лише охарактеризувати загальний обсяг сукупності, а й зрозуміти, які саме групи формують її внутрішню будову — за рівнем доходу, розміром підприємств, обсягами виробництва, віковою структурою населення тощо.

Таким чином, структурне групування є **ефективним інструментом виявлення внутрішніх закономірностей та пропорцій,** що визначають специфіку функціонування однорідної статистичної сукупності та забезпечують глибше розуміння досліджуваних процесів.

Таблиця 3.2.

Склад і структура основних засобів

Назва показника	2023р.		2024р.		2025р.	
	Сума, тис.грн.	Частка, %	Сума, тис.грн.	Частка, %	Сума, тис.грн.	Частка, %
Усього основних засобів	1994,0	100,0	4702,7	100,0	4842,9	100,0
у тому числі: - Земельні ділянки	260,0	13,03	260,0	5,52	260,0	5,36
- Будинки, споруди	985,0	49,39	1290,0	27,43	1298,0	26,80
- Машини і обладнання	340,3	17,05	1970,8	41,90	2150,6	44,4

- Транспортні засоби	370,2	18,5	1043,6	22,19	1050,1	21,64
- Інструменти, інвентар	31,5	1,58	130,3	2,79	78,0	1,61
- Інші основні засоби	7,0	0,36	8,0	0,17	6,2	0,12

Таке групування дає інформацію про те, з яких частин складається досліджувана множина явищ і якими показниками характеризуються окремі частини. За допомогою структурних групувань вивчається перш за все внутрішня структура типів статистичних сукупностей. Таке групування здійснюється після і на основі типологічних групувань. Але інколи вивчається структура загальних сукупностей, які включають неоднорідні в певному відношенні явища.

Типологічні і структурні групування, виконані на базі показників за кілька періодів, дають уявлення про відповідні зміни досліджуваних явищ у часі.

За допомогою *аналітичних* групувань вивчають взаємозв'язок між окремими ознаками статистичної сукупності. Ці ознаки поділяють на факторні та результативні. *Факторною* називають ознаку, яка впливає на іншу ознаку і зумовлює її зміну. *Результативною* називають ознаку, яка змінюється під впливом факторної ознаки. При цьому групи утворюють за факторною ознакою, потім для цих груп розраховується середнє значення результативної ознаки (для кількісної) або відносні величини (для якісної). Взаємозв'язок проявляється у систематичній зміні результативної ознаки у зв'язку зі зміною факторної ознаки.

Характерним для аналітичних групувань є те, що кожна група факторної ознаки характеризується середніми величинами результативної ознаки.

Основні завдання, які вирішують статистичні групування, тісно пов'язані між собою та доповнюють один одного. Тому розмежування цих трьох видів групувань є певною мірою умовною.

За способом побудови розрізняють прості й комбінаційні групування. *Простим* називають групування, в якому розподіл одиниць сукупності здійснюється за однією ознакою. *Комбінаційним* називають групування, якщо розподіл одиниць сукупності здійснюється за двома або більше ознаками одночасно. Комбінаційне групування має більш широкі аналітичні можливості, ніж просте. Його використовують переважно для вивчення взаємозв'язків між ознаками.

Існують такі правила вибору ознаки групування:

1) керуючись знанням сутності та законів розвитку явища, в основу групування потрібно покласти найсуттєвіші ознаки, що відповідають завданням дослідження;

2) немає раз і назавжди визначених суттєвих ознак; слід врахувати конкретні історичні та територіальні умови явища, бо зміна конкретних умов може спричинити зміни групувальної ознаки;

3) якщо вивчається явище, на яке впливає кілька різних закономірностей, необхідно здійснювати групування за кількома ознаками у комбінації.

3.3. Визначення кількості груп і величини інтервалів

Перед проведенням простих та комбінованих групувань потрібно розв'язати питання про кількість груп, розмір інтервалів і величини інтервалів, які показують мінімальне та максимальне значення ознаки для кожної групи.

Групувальні ознаки бувають атрибутивні (якісні) та кількісні. До атрибутивних належать такі ознаки, які не мають кількісного виразу і реєструються у вигляді текстового запису. Кількісні ознаки реєструються числами. Групувальна ознака може бути виражена числами по-різному.

При групуванні за атрибутивною ознакою кількість груп, на які поділяється досліджувана сукупність, визначають кількістю різновидів (градацій) цієї ознаки. Наприклад, при групуванні посівних площ озимої пшениці за сортами груп буде стільки, скільки сортів вирощується в господарстві.

При групуванні за кількісною ознакою, яка змінюється постійно, кількість груп залежить від чисельності досліджуваної сукупності і характеру варіювання групувальної ознаки. Виокремленні групи мають бути однорідними, а в кожній групі повинно бути стільки одиниць, щоб не можна було зробити неправильні висновки.

Якщо групувальна ознака має плавний характер варіювання і при цьому застосовуються рівні інтервали, то кількість груп розраховується за формулою Стерджеса: $n = 1 + 3{,}321 \lg N$, де N – число одиниць сукупності, що підлягає групуванню.

Недолік формули Стерджеса полягає в тому, що її застосування дає хороші результати для великої сукупності одиниць і коли розподіл одиниць за ознакою, покладеною в основу групування, близький до нормального.

У інших випадках кількість груп слід визначати на підставі аналізу варіювання групувальної ознаки з тим, щоб кількісні зміни між окремими групами відображали зміни досліджуваного явища. Тому спочатку потрібно утворити ранжований ряд, у якому одиниці сукупності розподілити у порядку зростання чи зменшення групувальної ознаки. На основі ранжованого ряду

можна побудувати варіаційний ряд розподілу, проміжне аналітичне групування і, проаналізувавши їх визначити кількість істотно відмінних однорідних груп.

При групуванні за кількісними ознаками виникає суттєве питання про вибір розміру інтервалів групування. Інтервалом групування називається різниця між максимальним і мінімальним значеннями ознаки в кожній групі.

Інтервали в структурних і аналітичних групуваннях можуть рівними і нерівними в залежності від характеру розподілу одиниць сукупності за даною ознакою. Нерівні інтервали, в свою чергу, можуть бути прогресивно-зростаючими або прогресивно-спадаючими.

Якщо варіація досліджуваної ознаки знаходиться в порівняно вузьких межах і розподіл близький до нормального, то застосовують рівні інтервали.

Величину інтервалу при групуванні з рівними інтервалами, визначають шляхом ділення розмаху варіації на число груп за формулою:

$$i = \frac{X_{max} - X_{min}}{n},$$

де і – величина інтервалу; X_{max} – максимальна величина ознаки; X_{min} – мінімальна величина ознаки; n – число груп.

Якщо групувальна ознака змінюється в значних розмірах, використовують нерівні (прогресивні) інтервали. Застосування нерівних, які прогресивно збільшуються або зменшуються, інтервалів зумовлено самою природою більшості соціально-економічних явищ, коли в нижчих групах велике значення мають навіть малі відмінності в показниках, а у вищих групах такі відмінності суттєвого значення не мають.

Інтервали не повинні бути великими, оскільки в одну групу можуть потрапити якісно однорідні одиниці. Не можна робити інтервали і дуже малими, тому що в окремих групах буде мало спостережень і висновки будуть ненадійними.

Інтервали бувають рівні і нерівні (зростаючі і спадаючі), відкриті і закриті.

Відкритий – це інтервал, у якого є тільки одна межа: верхня – у першому, нижня – у останньому. Закритий – це інтервал, у якого є нижня і верхня межа. Зустрічаються також групування, де може бути відкритий тільки верхній або нижній інтервал.

Для побудови інтервального групування необхідно:

а) визначити величину інтервалу і кількість груп;

б) у першу групу (перший рядок) за мінімальне значення варіанти прийняти мінімальне число сукупності; додавши до останнього величину інтервалу, отримуємо максимальне значення варіанти першої групи,

в) максимальне значення варіанти першої групи стає мінімальним значенням варіанти другої групи; додавши до останнього величину інтервалу,

отримуємо максимальне значення варіанти другої групи і аналогічно для інших груп; визначається кількість одиниць сукупності, які входять в кожну групу;

г) за умовою в кожний ряд включаються варіанти до максимальною значення. Якщо є дані на рівні максимального значення інтервалу, то вони включаються в наступну групу (рядок).

Приклад. Використовуючи дані статистичного спостереження, виконати інтервальне групування за вказаним показником. Відомі такі дані про роботу 24 заводів однієї з галузей промисловості

Таблиця 3.3

Вартість виробленої продукції, млн.грн.

18,5	12,0	26,0	25,0	19,0	19,7
11,0	11,3	14,3	19,5	17,1	17,5
14,1	19,5	20,3	10,5	11,1	22,0
12,9	16,8	12,9	14,3	19,8	20,5

Встановимо величину інтервалу за формулою Стерджеса:

$k = 1 + 3{,}322\lg n$, *де* n – число одиниць сукупності, яка підлягає групуванню.

$$k = 1+3{,}322\lg 24 = 5{,}58 = 6$$

Визначимо кількість груп інтервального ряду за формулою:

$$i = \frac{X\max - X\min}{K}$$

де Xmax, Xmin – відповідно максимальне і мінімальне значення ознаки в досліджуваній сукупності ; n - число груп .

$$i = \frac{26{,}0-10{,}5}{6} = 2{,}58$$

Таблиця 3.4.

Групування підприємств за вартістю виробленої продукції, млн.грн.

Вартість виробленої продукції, млн..грн.	Кількість підприємств	Частка,%
10,50 – 13,08	7	29,2
13,08 - 15,66	3	12,5
15,66 - 18,24	3	12,5
18,24 - 20,82	8	33,3
20,82 - 23,40	1	4,16
23,40 - 26,00	2	8,34
Всього	24	100,0

3.4. Вторинне групування

В економічних дослідженях інколи доводиться вдаватися до повторного групування. Така потреба виникає в тому випадку, коли первинне групування не задовольняє дослідника. Крім того, вторинне групування використовують для створення на основі первинних групувань за кількісною ознакою якісно

однорідних групп (типів), а також для приведення двох або біше групувань з різними інтервалами до єдиного виду, щоб вони були порівняними.

Вторинне групування проводиться, як правило, в таких напрямках:

- розширення або, навпаки, звуження величини інтервалу;

- об'єднання декількох групувань в одне, причому розміри інтервалів в них можуть бути однакові або різні за величиною.

При проведенні будь-якого групування, в тому числі і вторинного, слід дотримуватися такого правила: розмір інтервалів повинен бути постійним (рівним), або поступово збільшуватися чи зменшуватися.

Статистика використовує два способи утворення нових груп.

Перший, найбільш простий і розповсюджений – це спосіб зміни (як правило укрупнення) інтервалів первинного групування. В більшості випадків тут виходять із передбачення про нормальний розподіл ознак усередині інтервалів.

Другий спосіб вторинного групування базується на закріпленні за кожною групою певної частки одиниць сукупності (спосіб часткового перегрупування).

Перший спосіб вторинного групування застосовується для зведення двох і більше групувань з неоднаковими інтервалами до одного виду, з метою зіставлення.

Приклад. За даними таблиці розглянемо приклад проведення вторинного групування шляхом укрупнення інтервалів.

Порядок розрахунку нових частот (кількості підприємств) наведений в графі 4.

Таблиця 3.5.

Групування підприємств регіону за чисельністю працюючих

Первинне групування		Вторинне групування	
Чисельність працюючих, чол.	Кількість підприємств	Чисельність працюючих, чол.	Кількість підприємств
До 100	4	До 200	4+0,5·16=12
100 – 300	16	200 – 500	0,5·16+2/7·35=18
300 – 1000	35	500 – 1000	5/7·35=25
1000 – 2000	28	1000 – 3000	28+1/3·12=32
2000 – 5000	12	3000 і більше	2/3·12+5=13
5000 і більше	5	—	—
Разом	100	Разом	100

3.5. Ряди розподілу

При статистичному групуванні даних кожну групу характеризують системою показників, які мають певний зв'язок і взаємозалежність з групувальною ознакою. Якщо ж виділені групи характеризують не системою показників, а лише кількістю одиниць, що відносяться до кожної групи, то дістають ряди розподілу.

Ряди розподілу – це впорядковані статистичні показники. Ці ряди складаються з двох елементів: переліку груп і кількості одиниць, що входять в кожну групу. Вона характеризують склад сукупності за розміром досліджуваної ознаки.

Ряди розподілу можна утворити за якісною (атрибутивною) або кількісною ознакою. Відповідно розрізняють три види рядів – атрибутивні і варіаційні.

Групувальні ознаки можуть мати кількісний вираз (наприклад, вік працівника, стаж роботи, заробітна плата і т.п.), тому вони називаються кількісними, а ряди їх розподілу – варіаційними рядами.

Якщо групувальні ознаки відображають певні властивості одиниць сукупності (наприклад, стать, національність, освіту і т.п.), вони називаються якісними, а ряди розподілу – атрибутивними.

Приклад**.** Атрибутивний ряд

Таблиця 3.6.

Розподіл обсягу роздрібного товарообігу по підприємствах, тис.грн.

Підприємство	Рік	
	2024	2025
Світанок	2215	2360
Оксамит	1970	2110
Перлина Поділля	183	190
Всього	4368	4660

У варіаційному ряду розподілу розрізняють два основні елементи: **варіанту** та **частоту**. Варіанта — це конкретне значення групувальної (варіюючої) ознаки, тобто окремий зафіксований рівень кількісної характеристики об’єктів статистичної сукупності. *Частота* — це кількісне значення, яке відображає, скільки разів у досліджуваній сукупності повторюється певне значення варіанти.

Крім абсолютних частот, у статистиці широко використовують **відносні частоти** — відсоткове співвідношення кожної варіанти до загального підсумку сукупності. Відносні частоти називають **частками**, оскільки вони показують питому вагу відповідної групи у загальному обсязі даних.

Особливе значення має показник **накопиченої частоти** (або накопиченої частки), яку часто називають кумулятивною частотою. Вона демонструє, скільки одиниць спостереження мають значення ознаки, що не перевищує певного рівня, або, відповідно, який відсоток сукупності охоплюється значеннями, більшими чи меншими за певний поріг. Кумулятивні частоти використовуються для побудови кривих розподілу та аналізу концентрації.

Таким чином, **варіаційний ряд розподілу** — це впорядкований статистичний ряд, у якому варіанти розміщуються в порядку зростання або зменшення, а поруч із ними вказуються відповідні частоти або частки. Такий ряд дає змогу оцінити характер варіації ознаки, виявити закономірності розподілу та підготувати дані для подальших аналітичних розрахунків (середніх величин, показників дисперсії, структурних характеристик тощо).

За характером подання варіантів варіаційні ряди поділяють на два основних типи:

1. **Дискретні (перервні) варіаційні ряди** — це ряди, у яких значення варіант подано окремими, чітко визначеними числами. Вони застосовуються тоді, коли досліджувана ознака може набувати лише окремих значень, що не заповнюють увесь числовий інтервал (наприклад, кількість дітей у сім’ї, число підприємств, кількість одиниць товару).

2. **Інтервальні (безперервні) варіаційні ряди** — це ряди, в яких значення ознаки об’єднані в інтервали. Вони використовуються для аналізу безперервних ознак, що можуть приймати будь-яке значення в певному діапазоні (заробітна плата, дохід, зріст, маса тощо).

Інтервальні ряди дозволяють компактно подати великі масиви даних і полегшують аналіз розподілу, особливо коли індивідуальні значення численні та варіюють у широких межах.

Приклад. Дискретний ряд

Таблиця 3.7.

Розподіл родин по кількості дітей

Число дітей	Кількість родин
1	15
2	25
3	5
4	2
5	3
6	1
Всього	51

Для побудови дискретного ряду розподілу (дискретне групування), необхідно:

а) виписати всі значення варіанти послідовно у міру зростання, або у міру зменшення;

б) визначити, скільки раз повторюється значення кожної варіанти. Розглянемо приклад побудови дискретного групування.

Приклад. За наведеними даними провести дискретне групування студентів групи за віком і зазначити, який вік є найбільш типовим:

21	20	21	23	24	23	24	24	20	25
22	24	23	21	25	20	24	25	21	20
20	22	25	23	22	20	21	23	22	20

Таблиця 3.8.

Дискретне групування студентів за віком

Варіанта (вік студентів), x	Частота (кількість студентів), f	Частка, % f'
20	7	23,3
21	5	16,7
22	4	13,3
23	5	16,7
24	5	16,7
25	4	13,3
Разом	30	100,0

Найбільш типовим віком студентів групи є 20 років, про що свідчать максимальні значення частоти і частки.

Інтервальні (безперервні) варіаційні ряди - це такі ряди, де значення варіантів подані у вигляді інтервалів. При побудові інтервального варіаційного ряду неможливо вказати кожне значення варіанти, тому сукупність розподіляється за інтервалами. Інтервал – це проміжок між значеннями двох кількісних ознак, в межах якого усі значення ознаки відносяться до однієї групи. Інтервал представляє собою проміжок між максимальним і мінімальним значеннями ознаки в групі.

Інтервали бувають рівні і нерівні (зростаючі і спадаючі), відкриті і закриті. Відкритий – це інтервал, у якого є тільки одна межа: верхня – у першому, нижня – у останньому. Закритий – це інтервал, у якого є нижня і верхня межа. Зустрічаються також групування, де може бути відкритий тільки верхній або нижній інтервал. Приклад. Інтервальний ряд

Таблиця 3.9.

Розподіл робітників за рівнем заробітної плати

Заробітна плата робітників, грн./чол	Кількість робітників
до 5000	5
5000 - 5500	40
5500-6000	60
6000-6500	25
6500-7000	15
7000-7500	30
Всього	175

Ряди розподілу є неодмінною частиною робочих етапів при зведенні і групуванні статистичних даних. Інколи вони набувають самостійного значення і використовуються з аналітичною метою. Зіставлення таких рядів розподілу на різні моменти часу дозволяє одержати характеристику змін, що відбуваються в структурі суспільних явищ внаслідок тих чи інших соціально – економічних перетворень.

? ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

1. У чому складається роль статистичного спостереження в економіко-статистичному дослідженні?
2. Які види статистичного спостереження використовуються для збору даних?
3. У чому складається значення методу групувань в аналізі статистичних даних?
4. Як виконується групування, якщо групіровочна ознака є дискретною?
5. У яких випадках необхідно визначити інтервали групування по кількісних ознаках?
6. Напишіть формули визначення величини рівних інтервалів та їх кількості.

ТЕСТИ

1. Групування поділяється на:

A) типологічне, аналітичне;
B) типологічне, структурне, аналітичне;
C) структурне, факторне, типологічне;
D) аналітичне, факторне, результативне.

2. За способом побудови групування розрізняють:

A) комбінаційні, кількісні;
B) прості, комбінаційні;
C) прості, атрибутивні;
D) кількісні, атрибутивні.

3. Види інтервалів:

A) відкриті, нерівномірні;
B) нерівномірні, прогресивні;
C) відкриті, закриті;
D) прогресивні, закриті.

4. Статистичне зведення-це:

A) систематизація, обробка і підрахунок групових і загальних підсумків статистичного спостереження;

B) планомірний, науково-організований збір даних про яви і процеси суспільного життя шляхом реєстрації по заздалегідь розробленій програмі спостереження;

C) первинний елемент масового суспільного явища;

D) одиниці суспільних явищ, які підлягають спостереженню;

5. Які існують способи вторинного групування:

A) побудова ряду розподілу;

B) перегрупування за кількома ознаками;

C) укрупнення інтервалів і перегрупування за питомою вагою груп у загальному підсумку;

D) перегрупування за одною ознакою.

6. Статистичне групування – це:

A) розподіл усієї сукупності на типи, групи за будь-якою істотною ознакою;

B) обробка і підрахунок групових і загальних підсумків статистичного спостереження;

C) обстеження і реєстрація окремих одиниць досліджуваного явища;

D) варіанта, яка є серединою впорядкованого варіаційного ряду;

7. Взаємопов’язані ознаки поділяють на:

A) факторні, структурні;

B) аналітичні, результативні;

C) факторні, результативні;

D) комбінаційні, структурні;

8. Полігон розподілу застосовують для зображення:

A) як дискретних, так і інтервальних варіаційних рядів;

B) зображення інтервальних варіаційних рядів;

C) дискретних варіаційних рядів.

9. У чому суть комбінаційного групування?

A) групування за двома ознаками;

B) групування за двома і більше ознаками;

C) групування за однією ознакою;

D) групування за кількома ознаками;

10. За допомогою якого виду графіків рядів розподілу зображуються інтервальні варіаційні ряди?

A) полігон;

B) гістограма;

C) кумулята;

D) огіва.

ТЕМИ АНАЛІТИЧНО-ОГЛЯДОВИХ ЗАВДАНЬ

1. Сутність статистичного спостереження та вимоги до нього.
2. Програмно-методологічне та організаційне забезпечення статистичного спостереження.
3. Оцінка узгодженості варіації атрибутивних ознак.
4. Статистичні таблиці, їх значення в статистиці, види таблиць. Вимоги до побудови таблиць.
6. Графічні способи зображення статистичних даних. Види графіків.
7. Поняття про статистичне зведення. Види зведення.
8. Статистичне групування. Види групування.
9. Аналітичне результативне та факторне групування.

ЗАДАЧІ

Задача 1. Формування варіаційного ряду

Є дані про місячну заробітну плату 15 працівників (у грн): 7200, 9500, 8700, 6800, 7200, 10500, 9300, 8800, 9400, 6900, 10200, 8700, 9100, 9500, 7000.

1. Побудуйте варіаційний ряд.
2. Визначте розмах варіації.
3. Сформуйте інтервальний ряд розподілу (4–5 груп).
4. Обчисліть частоти та частості.

Задача 2. Групування за кількісною ознакою

Підприємства мають такі обсяги річного виробництва (тис. грн): 1250, 1500, 2100, 900, 2800, 3400, 1900, 2300, 3100, 2700.

1. Проведіть групування підприємств за обсягом виробництва (по 1000 тис. грн).

2. Побудуйте таблицю групування.
3. Знайдіть середній обсяг виробництва у кожній групі.

Задача 3. Групування за якісною ознакою

Наведено інформацію про 20 працівників і їхню освіту:

- ✓ 6 — середня,
- ✓ 9 — середня спеціальна,
- ✓ 5 — вища.

1. Побудуйте структурну таблицю.
2. Обчисліть питому вагу кожної групи (%).
3. Побудуйте діаграму структури (секторну або стовпчикову).

Задача 4. Комбіноване групування

Маємо дані про 12 магазинів:

- ✓ Ознака 1 — тип (продовольчий / непродовольчий),
- ✓ Ознака 2 — середньомісячний обсяг продажів (тис. грн).

Потрібно:

1. Провести комбіноване групування за двома ознаками.
2. Визначити середній обсяг продажів у кожній групі.
3. Пояснити економічний зміст результатів.

Задача 5. Зведення даних у статистичну таблицю

Зведіть результати опитування 30 респондентів про їхній щомісячний дохід (у грн): від 6 000 до 18 000 грн.

1. Сформуйте таблицю розподілу доходів за інтервалами.
2. Визначте моду та медіану доходів.
3. Побудуйте гістограму розподілу.

Задача 6. Практичний кейс

Маркетингове агентство провело опитування 50 клієнтів за рівнем задоволеності сервісом (за 5-бальною шкалою). Потрібно:

1. Скласти варіаційний ряд.
2. Побудувати частотну таблицю.
3. Розрахувати середній бал задоволеності та коефіцієнт варіації.

ТЕМА 4.
УЗАГАЛЬНЮЮЧІ СТАТИСТИЧНІ ПОКАЗНИКИ ЯК ПЕРЕДУМОВА ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ

4.1. Абсолютні статистичні величини, одиниці їх вимірювання.
4.2. Характеристика відносних величин та форм їх вираження.

Ключові поняття теми: відносні величини інтенсивності, абсолютні величини, індивідуальні абсолютні величини, загальні абсолютні величини, відносні величини, відносні величини виконання плану, відносні величини планового завдання, відносні величини структури, відносні величини динаміки, відносні величини порівняння, відносні величини координації, статистичний графік, статистична таблиця, макет таблиці, статистична карта, діаграма.

Мета: ознайомлення з основними складовими узагальнюючих статистичних показників; ознайомлення з основами подання статистичних даних (таблиці, графіки, карти).

4.1. Абсолютні статистичні величини, одиниці їх вимірювання.

Статистичні показники – це кількісні характеристики сукупності, а також її часток. Узагальнюючі статистичні показники – це показники, отримані в результаті зведення шляхом переходу від індивідуальних значень ознак сукупності до характеристики всієї сукупності.

Всі статистичні показники мають такі характеристики – атрибути:

1) Якісна сторона статистичного показника: об’єкт та його властивості;
2) Кількісна сторона статистичного показника: число та одиниця виміру;
3) Територіальні, галузеві та інші межі об’єкта;
4) Інтервал чи момент часу виміру.

В залежності від методів розрахунку можуть бути виокремленні такі види статистичних показників: абсолютні, відностні і середні.

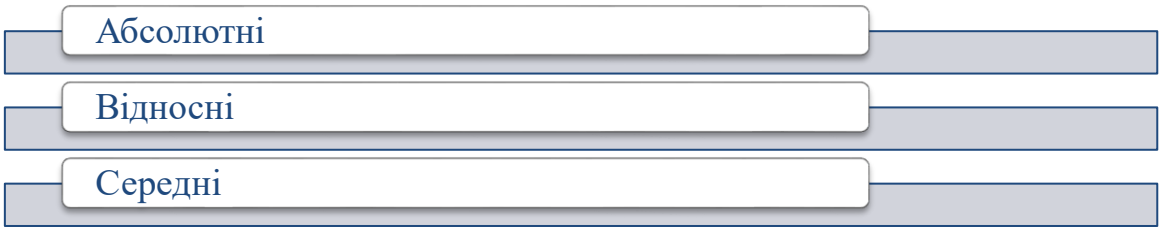


Рисунок 4.1. Статистичні показники.

В результаті зведення і обробки матеріалів статистичного спостереження визначають абсолютні показники, які характеризують досліджувані явища.

Абсолютними величинами в статистиці називаються первинні узагальнюючі показники, які характеризують суспільні явища і процеси в конкретних умовах місця і часу. Прикладом абсолютних величин може бути обсяги виробництва продукції підприємства, кількість працівників, розмір основних засобів та ін.

За допомогою абсолютних величин виражають розміри всіх видів національного багатства країни, наявність та рух матеріальних ресурсів і коштів, чисельність населення.

Абсолютні величини як узагальнюючі показники характеризують сукупність за її чисельністю (число працівників, кількість магазинів, лікарень) і обсягом (валовий випуск продукції, фонд заробітної плати, обсяг роздрібного товарообороту і т.д.).

Статистика виділяє три види абсолютних величин: індивідуальні, групові, загальні.

Індивідуальними називаються такі абсолютні величини, які виражають розміри кількісних ознак окремих одиниць досліджуваної сукупності. Їх одержують при обробці матеріалів спостереження внаслідок підсумовування абсолютних розмірів ознаки в окремих одиниць сукупності або підрахунком кількості одиниць сукупності, що входять в окремі групи.

Групові абсолютні величини виражають розміри ознаки або кількість одиниць в окремих частинах(групах) сукупності. Іх одержують при обробці матеріалів спостереження внаслідок підсумовування абсолютних розиірів ознаки в окремих одиниць сукупності або підрахунком кількості одиниць сукупності, що входять в окремі групи.

Загальні абсолютні величини характеризують розмір ознак або одиниць по сукупності в цілому. Їх знаходять підсумовуванням значень кількісних ознак.

Абсолютні величини – це іменовані числа; вони завжди мають одиницю виміру. Розрізняють такі одиниці виміру абсолютних величин:

- натуральні – тони, метри, літри та інші фізичні одиниці виміру;
- трудові – людино-години, людино-дні;
- вартісні – коп., грн., тис. грн. і т.д.;
- комплексні – т-км.

Натуральні одиниці виміру можуть бути простими, складними і умовно-натуральними.

Складні натуральні одиниці виміру отримують шляхом перемноження двох величин різних розмірностей. Наприклад, потужність електродвигунів вимірюється в кіловатах, а спожита ними енергія в складних одиницях – кіловат-годинах, обсяг перевезених вантажів вимірюється в тоннах, а вантажооборот – в тонно-кілометрах, верстатний парк цеху обчислюється в штуках, а робота верстатів у верстато-днях, верстато-змінах і т.д.

До складу натуральних включають також *умовно-натуральні вимірники*, які використовуються у разі потреби звести воєдино декілька різновидів однієї споживчої вартості, наприклад, умовне паливо, консерви в тисячах умовних банках (туб) тощо.

Умовно-натуральні одиниці виміру використовуються для зведення докупи декількох різновидностей однакової споживної вартості. Одну з них приймають за еталон, а всі інші перераховують за допомогою спеціальних перевідних коефіцієнтів в одиниці виміру взятого еталону.

Перерахунок в умовні одиниці здійснюється за допомогою спеціальних коефіцієнтів-сумірників. Роль загальної міри, еталону для розрахунків і порівняння виконує один різновид, коефіцієнт-сумірник для якого дорівнює одиниці (k = 1).

Обсяг продукції в умовно-натуральному вимірі визначається за формулою: $y = \Sigma k X$, де y – обсяг продукції в умовно-натуральному вимірі; k – коефіцієнт-сумірник; x – виробництво продукції певного виду у натуральному вимірі.

Коефіцієнти-сумірники або задаються в умові задачі, або розраховуються як співвідношення значення величини заданого параметра (характеристики) певного виду продукції до значення того ж параметра (характеристики) еталонного зразка.

Розглянемо методику визначення обсягу продукції, в умовно-натуральному вимірі на прикладах.

Приклад. Консервний завод по переробці овочів і фруктів у 2025 р. випустив продукцію в банках різноманітної ємності:

Ємкість банок, $см^3$	100	250	400	500	1000	3000
Випущено банок, тис. шт.:	1000	1500	1600	1200	800	100

Визначити загальне виробництво в умовних банках, якщо за умовну прийнята банку ємкістю 400 $см^3$.

Обчислимо k – коефіцієнт – сумірник.

100:400= 0,25; 250:400= 0,625; 400:400= 1;

500:400= 1,25; 1000:400= 2,5; 3000:400= 7,7.

Здійснимо перерахунок в умовні одиниці виконується за формулою: y = Σ k X = 1000*0,25+1500*0,625+1600*1+1200*1,25+800*2,5+100*7,7= 7057,5 ум.банок.

Приклад 2. Відомі такі дані про виробництво електродвигунів:

Таблиця 4.2.

Виробництво електродвигунів за звітний період

Потужність двигуна, кВт (N)	Кількість, шт (X)
120	800
150	940
180	1700
300	2300

Необхідно визначити загальний обсяг виготовлених електродвигунів в умовних одиницях.

В першу чергу потрібно визначити коефіцієнт-сумірник, для цього в якості технічного параметра використаєм потужність двигунів, а за еталонний вид продукції – двигун потужністю N=120кВт. Тоді для: N=120 K=1; N=150 K=150:120=1,25; N=180 K=180:120=1,5; N=300 K=300:120=2,5.

Загальний обсяг виробництва умовних двигунів за звітний період становить: y=∑k X =1·800+1,25·940+1,5·1700+2,5·2300=10275 умовних шт., або 10275 умовних електродвигунів потужністю 120 кВт.

Трудовими називаються одиниці виміру, які використовуються для обліку затрат робочого часу, для визначення рівня продуктивності праці, величини трудових ресурсів і раціонального їх використання та ін. Трудові вимірники виражаються в людино-годинах, людино-роках, людино-днях, верстато-днях. Абсолютні показники в зазначених одинцях виміру застосовують при визначенні обсягів трудових ресурсів, розрахунку показників продуктивності праці, затрат праці на різну продукцію тощо.

За *вартісний* вимірник приймають грошові одиниці виміру – гривні, долари, євро. У грошовому виразі визначають вартість виробленої і реалізованої продукції на підприємстві, вартість основних засобів, доходу та прибутку.

Комбіновані вимірники відображають розмір окремих складних явищ.

Абсолютні величини є основою для обчислення різних видів відносних і середніх величин, індексів та інших узагальнюючих показників.

4.2. Характеристика відносних величин та форм їх вираження.

Абсолютні статистичні величини мають незаперечне значення в системі управління, проте поглиблений соціально-економічний аналіз фактів потребує різного роду порівнянь. Порівнюються значення статистичних показників у часі (за одним об'єктом), у просторі (між об'єктами), співвідносяться різні ознаки одного й того самого об'єкта. Результатом порівняння є відносні статистичні величини.

Відносними називають величини, які виражають кількісні співвідношення між абсолютними та середніми показниками. Вони дають узагальнюючу характеристику досліджуваних явищ і полегшують розуміння, порівняння і аналіз статистичних даних.

Величина, з якою проводять порівняння, називається основою відносної величини (базисною величиною). Величина, яку порівнюють, називається поточною чи порівнюваною (звітною величиною).

Залежно від бази порівняння відносні величини виражають у коефіцієнтах, відсотках, проміле та ін. Якщо базову величину показника приймають за одиницю, формою її зображення буде коефіцієнт, якщо за 100- формою зображення відносних показників будуть відсотки.

Таблця 4.3.

Одиниці виміру відносних величин

База порівняння		Одиниці виміру
Однойменна величина, яка приймається за	1	Коефіцієнти
	100	Проценти %
	1000	Проміле 0/00
	10000	Продедиміле 0/000
	100000	Просантиміле /0000
Різнойменна величина		Іменовані числа

Коефіцієнт як форма виразу відносної величини показує, у скільки разів порівнювана величина більша базової. У статистичні практиці, як правило, використовують для вираження відносних величин у випадках, коли порівнювана величина перевищує базисну більш як у 2 і більша рази. Якщо таке співвідношення має менші розміри – застосовують відсоткові числа.

Форма вираження відносного показника в кожному конкретному випадку обирається залежно від характеру одиниць спостереження, а також від тих результатів, які необхідно отримати при зіставленні однієї величини з іншою. Це забезпечує коректність інтерпретації та можливість практичного застосування статистичних висновків.

Відповідно до змісту та пізнавального значення відносні величини, що використовуються в статистиці, поділяються на такі основні види:

Відносні величини структури — характеризують частку окремих елементів у загальному обсязі явища (наприклад, частка вікових груп населення, структура витрат, розподіл обороту).

Відносні величини координації — відображають співвідношення частин між собою в межах певного цілого (наприклад, співвідношення чисельності різних професійних або соціальних груп).

Відносні величини динаміки (темпи зростання та приросту) — показують зміну явища у часі шляхом порівняння його рівнів у різні періоди.

Відносні величини інтенсивності — характеризують частоту або поширеність явища в середовищі, визначеному іншою величиною (наприклад, кількість злочинів на 1000 осіб населення, виробіток продукції на одного працівника).

Відносні величини порівняння — застосовуються для зіставлення однотипних показників, що належать до різних об’єктів або територій (наприклад, порівняння рівня продуктивності чи доходів між підприємствами або регіонами).

Відносні величини планового завдання та виконання плану — показують ступінь відповідності фактичних результатів запланованим (коефіцієнт виконання плану, рівень перевиконання чи недовиконання).

Відносні величини ефективності — відображають результативність використання ресурсів (наприклад, обсяг продукції на 1 грн витрат, показники рентабельності).

Кожен із цих видів відіграє важливу роль у статистичному аналізі соціально-економічних процесів, дозволяючи комплексно оцінювати структуру, динаміку та характерні риси явищ.

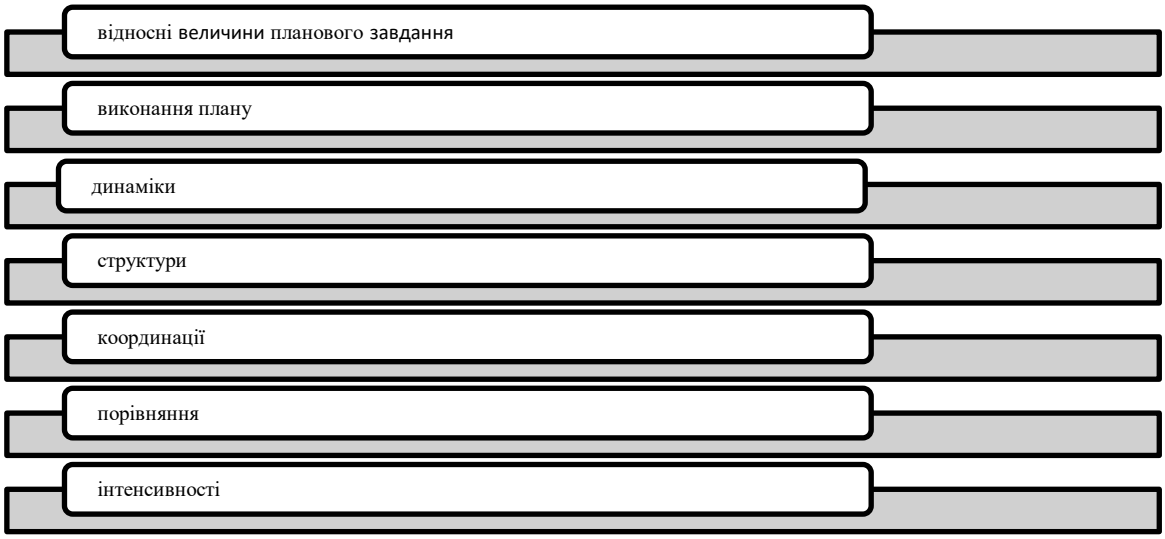


Рисунок 4.3. Види відносних величин

Відносна величина планового завдання (Ввпз) – показує на скільки відсотків передбачається змінити рівень показника у звітному періоді порівняно з базисним. Розраховується у формі коефіцієнта чи відсотка.

$$Ввпз = \frac{Упл}{Уо},$$

де Упл – плановий рівень показника у звітному періоді; Уо – фактичний рівень показника у базисному періоді.

Відносна величина виконання плану (Вввп) характеризує відношення показника фактично досягнутого рівня поточного оку до планового рівня цього ж року.

Планове завдання може бути виражене не тільки абсолютною, а й відносною величиною (підвищення продуктивності праці, зниження собівартості та ін..) . У цьому випадку виконання плану обчислюється порівнянням фактичних відносних показників зростання або зниження порівняно з плановим.

$$Вввп = \frac{У_1}{Упл},$$

де $У_1$ – фактичний рівень показника у звітному періоді

Відносна величина динаміки (Ввд) – характеризує зміни однорідних явищ у часі. При цьому показник вихідного (базисного) періоду беруть за одиницю або 10%, а показник наступних років(періодів) виражають у коефіцієнтах або відсотках до базисного рівня. Обчислені показники і відсотки називають темпами.

$$Ввд = \frac{У_1}{Уо},$$

Між відносними величинами планового завдання, виконання плану та динаміки існує взаємозв’язок:

$$Ввд = Ввпз \times Вввп$$

Відносна величина динаміки дорівнює добуткові від множення відносних величин планового завдання і виконання плану. Цей взаємлзвязок широко використовують в економічному аналізі для обчислення третьої нвіомої величини при двох відомих.

Приклад**.** За даними таблиці визначити в розрізі окремих товарних груп і в цілому по крамниці: відносну величину динаміки, виконання плану і планового завдання. Перевірити їх взаємозвязок.

№	Товарні групи	Товарообіг минулого року, тис. грн.	Товарообіг звітного року, тис. грн.	
			по плану	фактично
1.	М'ясні вироби	78,2	76,0	80,4
2.	Рибні вироби	40,0	45,0	35,0
3.	Кондитерські вироби	120,0	140,0	130,0

Відносна величина:

планового завдання $Ввпз = \frac{Упл}{Уо}$

Ввпз м.в. $= \frac{76,0}{78,2} = 0,97$; Ввпз р.в. $= \frac{45}{40} = 1,125$ Ввпз к.в. $= \frac{140}{120} = 1,166$

виконання плану $Вввп = \frac{У_1}{Упл}$

В вп м.в.$= \frac{80,4}{76,0} = 1,057$ В вп р.в. $= \frac{35,0}{45,0} = 0,777$ В вп к.в. $= \frac{130,0}{140,0} = 0,928$

динаміки $Ввд = \frac{У_1}{Уо}$

В д м.в.$= \frac{80,4}{78,2} = 1,028$ В д р.в. $= \frac{35,0}{40,0} = 0,875$ В д к.в. $= \frac{130,0}{120,0} = 1,083$

Перевіримо взаємозв'язок: $Ввд = Ввпз \times Вввп$

М'ясні вироби 1,028 = 0,97 * 1,057

Рибні вироби 0,875 = 1,125 * 0,777

Кондитерські вироби 1,083 = 1,166 * 0,928

Відносні величини структури (Ввс) характеризують питому вагу окремих частин досліджуваної сукупності в загальному її обсязі. Їх обчислюють шляхом відношення частини до цілого. Розраховуються у формі коефіцієнта чи відсотка. Показники структури обчислюють як відношення частки до цілого.

$$Ввс = \frac{Частина\ сукупності}{Сукупність\ загалом}$$

Приклад. Чисельність студентів у групі 25. З них чоловіків - 10 чоловік, жінок - 15 чоловік. Тоді питома вага осіб чоловіча стать складає

40 % ($\frac{10}{25}$*100) і жіночого - 60% ($\frac{15}{25}$*100).

За допомогою показників структури вивчають склад явищ, співвідношення їх складових частин, а також структурні зрушення.

Відносні величини координації (Ввк) характеризують співвідношення частин цілого між собою. За допомогою відносних величин координації визначають, скільки одиниць даної частини цілого припадає на 1, на 100, на 1000, на 10000 одиниць іншої частини, взятої за базу порівняння.

$$ВВК = \frac{Одна\ частина\ сукупності}{Друга\ частина\ сукупноств}$$

Приклад. Станом на 1 січня 2025 року у обласному центрі проживало 340,7 тис. чоловіків і 351,4 тис. жінок. Отже на кожні 100 чоловіків припадатиме 103 жінок, або на кожні 100 жінок - 97 чоловіків.

Відносна величина порівняння характеризує співвідношення однойменних величин, що стосуються одного й того ж періоду або моменту часу, різних об'єктів чи територій. Цей показник визначає, у скільки разів порівнювана величина перевищує базисну.

Приклад. У Києві середня кількість постійного населення станом на 1.01.2025 року складача 2917783 особи , у Одесі – 1016821 осіб. Знайдемо, що чисельність населення у Києві у 2,86 рази більша, ніж чисельність населення у Одесі.

Відносні величини інтенсивності (Вві) характеризують відношення двох різнойменних ознак тієї ж самої сукупності або співвідношення факторів і результатів виробництва. Цей показник отримують шляхом зіставлення двох різнойменних абсолютних величин, пов'язаних між собою, але які не являються складовими цілого. Чисельник відносної величини інтенсивності виражає розмір досліджуваного явища, а знаменник – розмір середовища, в якому воно поширюється чи розвивається.

$$Вві = \frac{Обсяг\ певного\ явища}{Обсяг\ середовища,\ якому\ це\ явище\ властиве}$$

Приклад. Скільки народжується дітей на 1000 чоловік населення (коефіцієнт народжуваності). Народилося за рік 2650 чоловік, середньоспискова чисельність населення 276300 чоловік.

$$Кр = \frac{2650 * 1000}{276300} = 9{,}6\%$$

таким чином, народжуваність за рік склала 9,6 чоловік на 1000 чоловік населення.

Розрізняють прості і складені показники інтенсивності. Складені показники при аналізі можна розкласти на прості відносні величини, що мають самостійне значення. Прикладами відносних величин інтенсивності є виробництво продукції на душу населення, фондовіддача, проуктивність праці та ін.

? ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

1. Яка роль статистичних показників у управлінні економікою?
2. Які можуть бути виділені групи статистичних показників, що узагальнюють?
3. Розкрийте сутність абсолютних величин та видів їх вимірників.
4. Види відносних величин, охарактеризуйте їхнє значення.
5. Як пов'язані між собою відносні величини виконання плану, планового завдання і динаміки?
6. Для чого розраховуються відносної величини порівняння і координації?
7. Яке значення відносних величин інтенсивності?

ТЕСТИ

1. Варіація – це:

а) розподіл усієї сукупності на типи, групи за будь-якою істотною ознакою;

б) кількісна зміна величини досліджуваної ознаки в межах однорідної сукупності; в) кількість одиниць спостереження, що мають однакове значення ознак;

г) графічне зображення рівня концентрації явища.

2. Мода-це:

а) варіанта, яка є серединою впорядковано-варіаційного ряду і ділить його на 2 рівні частини;

б) групування даних;

в) значення показника яке найчастіше зустрічається в сукупності;

г) відношення фактичного рівня показника до рівня, запланованого на той же період.

3. Медіана-це:

а) варіанта, яка є серединою впорядковано-варіаційного ряду і ділить його на 2 рівні частини;

б) групування даних;

в) значення показника яке найчастіше зустрічається в сукупності;

г) первинний елемент масового суспільного явища;

4. Розмах варіації – це:

а) різниця між найменшим і найбільшим значеннями варіюючої ознаки;

б) різниця між найбільшим і найменшим значеннями варіюючої ознаки;

в) відношення між найбільшим і найменшим значеннями варіюючої ознаки;

г) відношення між найменшим і найбільшим значеннями варіюючої ознаки;

5. Знайти правильну відповідь до визначення абсолютних показників:

а) показники, які відображають кількісні і якісні ознаки досліджуваних явищ;

б) показники, які відображають кількісні ознаки певної сукупності;

в) показники, які відображають розмір кількісних ознак досліджуваних явищ;

г) показники, які відображають якісні ознаки певної сукупності;

6. Яка відносна величина характеризує співвідношення між складовими частинами цілого?

а) відносна величина структури;

б) відносна величина координації; в) відносна величина порівняння;

г) відносна величина інтенсивності.

7. Середню гармонічну використовують:

а) коли загальний обсяг варіюючої ознаки для усієї сукупності становить суму індивідуальних значень усередненої ознаки;

б) для узагальненої характеристики тоді, коли відомі окремі значення досліджуваної ознаки і обсяги явищ, а частоти невідомі;

в) для узагальненої характеристики тоді, коли відомі окремі значення досліджуваної ознаки і обсяги явищ;

8. Коефіцієнт варіації можна розрахувати на основі:

а) середнього квадратичного відхилення;

б) середнього лінійного відхилення;

в) варіаційного розмаху;

г) середньої арифметичної зваженої.

9. Частотою називається :

а) окремі значення групувальної ознаки;

б) загальні значення групувальної ознаки;

в) кількість одиниць спостереження, що мають однакове значення ознаки;

10. В яких одиницях виражаються відносні показники, коли базова величина приймається за 1000?

а) у коефіцієнтах;

б) у процентах;

в) у проміле;

г) у продециміле;

11. Чому дорівнює алгебраїчна сума відхилень індивідуальних значень ознаки від середньої арифметичної?

а) постійній величині;

б) нулю;

в) від'ємній величині;

г) додатній величині.

ТЕМИ АНАЛІТИЧНО-ОГЛЯДОВИХ ЗАВДАНЬ

1. Абсолютні величини та відносні величини.
2. Середні величини.
3. Система статистичних показників.
4. Ряди розподілу. Аналіз варіацій та форми розподілу.
5. Закономірність розподілу. Характеристика центра розподілу.
6. Характеристика варіації.
7. Показники варіації.
8. Види та взаємозв'язок дисперсій.
9. Методи аналізу взаємозв'язків.
10. Види взаємозв'язків.
11. Регресійний аналіз.
12. Оцінка щільності та перевірка істотності кореляційного зв'язку.
13. Рангова кореляція.
14. Оцінка узгодженості варіації атрибутивних ознак.

ЗАДАЧІ

Задача 1. Середня арифметична проста

У вибірці містяться такі значення доходу студентів за місяць (грн): 3200, 4500, 2800, 5000, 4100.

Знайти середній дохід студента.

Задача 2. Середня арифметична зважена

Підприємство випустило три види продукції:

- ✓ 200 одиниць за ціною 50 грн,
- ✓ 350 одиниць за ціною 40 грн,
- ✓ 150 одиниць за ціною 60 грн.

Визначити середню ціну одиниці продукції.

Задача 3. Медіана

Вибірка значень: 14, 18, 22, 25, 30, 31, 45.

Знайти медіану.

Задача 4. Мода

Дані про кількість товарів, які купували покупці: 3, 5, 7, 3, 4, 5, 3, 6, 5.

Знайти моду ряду.

Задача 5. Дисперсія та середнє квадратичне відхилення

Для ряду значень: 8, 10, 13, 9, 12

потрібно обчислити:

1. дисперсію,
2. середнє квадратичне відхилення.

Задача 6. Коефіцієнт варіації

Для ряду значень відомо: середня $\bar{x} = 25$, середнє квадратичне відхилення $\sigma = 5$.

Обчислити коефіцієнт варіації та зробити висновок про однорідність сукупності.

Задача 7. Середня гармонійна

Автомобіль рухався на різних ділянках зі швидкостями 40 км/год та 60 км/год, причому час руху на кожній ділянці був однаковим.

Знайти середню швидкість.

Задача 8. Середня геометрична

Відомі темпи зростання обсягу виробництва за три роки: 120%, 110%, 105%.

Знайти середній темп зростання.

Задача 9. Варіаційний розмах

Для числового ряду: 4, 15, 9, 7, 12, 20

Обчислити розмах варіації.

Задача 10.

У групі з 30 працівників середня зарплата становить 15 000 грн. Після підвищення зарплати 10 працівникам на 20% нова середня зарплата стала 15 600 грн. Знайти середню зарплату цих 10 працівників до підвищення.

ТЕМА 5.
МЕТОДИ І МОДЕЛІ ЕКОНОМІЧНОГО ПРОГНОЗУВАННЯ

5.1. Сутність та принципи економічного прогнозування.
5.2. Основні методи прогнозування: якісні та кількісні.
5.3. Статистичні й економетричні моделі прогнозування.
5.4. Оцінювання точності прогнозів та вибір оптимальної моделі.

Ключові поняття теми: економічне прогнозування, прогноз, принципи прогнозування, горизонт прогнозу, якісні методи прогнозування, експертні оцінки, сценарний підхід, кількісні методи прогнозування, часові ряди, екстраполяція, кореляційно-регресійний аналіз, економетричні моделі, статистичні моделі, точність прогнозу, похибка прогнозу, MAE, MSE, MAPE, вибір оптимальної моделі.

Мета: ознайомлення з сутністю та принципами економічного прогнозування; вивчення основних якісних і кількісних методів прогнозування; формування навичок використання статистичних і економетричних моделей та оцінювання точності прогнозів для вибору оптимальної прогнозної моделі.

5.1. Сутність та принципи економічного прогнозування.

Економічне прогнозування являє собою систему науково обґрунтованих методів і прийомів передбачення майбутніх станів економічних процесів та явищ. Воно базується на комплексному аналізі чинних тенденцій розвитку, виявленні статистичних закономірностей, структурних взаємозв'язків та факторів, що зумовлюють динаміку економічної системи. У широкому розумінні економічне прогнозування є невід'ємною складовою стратегічного планування й державного та корпоративного управління, оскільки забезпечує підвищення раціональності прийняття рішень в умовах невизначеності.

Головною метою економічного прогнозування є **зниження рівня невизначеності**, що супроводжує майбутні соціально-економічні зміни, а також формування інформаційної бази для обґрунтованого управлінського впливу. Застосування прогностичних моделей дозволяє визначати потенційні траєкторії

розвитку економіки, оцінювати можливі ризики та визначати перспективи розвитку в коротко-, середньо- і довгостроковому періодах.

Принципи економічного прогнозування

1. Принцип науковості

Прогнозування повинно базуватися на об'єктивних економічних закономірностях, достовірних статистичних даних і методологічно коректних прийомах аналізу. Науковість передбачає використання сучасних методів математичної статистики, економетрики та моделювання, що забезпечує високу точність і відтворюваність прогнозних результатів.

2. Принцип системності

Системність означає, що економічні явища розглядаються як елементи складної структури, взаємопов'язаної внутрішніми та зовнішніми зв'язками. У процесі прогнозування необхідно враховувати багаторівневу організацію економіки, міжгалузеві та міжрегіональні залежності, а також вплив зовнішнього середовища. Це дає можливість формувати прогнози, які відображають реальну логіку функціонування економічної системи.

3. Принцип адаптивності

Адаптивність передбачає здатність прогнозних моделей реагувати на зміни соціально-економічних умов. У сучасних динамічних умовах прогнози мають коригуватися відповідно до нових статистичних спостережень, структурних зрушень та економічних шоків. Адаптивний підхід підвищує стійкість прогнозів до непередбачуваних змін і забезпечує їх актуальність.

4. Принцип комплексності

Комплексність прогнозування полягає у всебічному врахуванні чинників і джерел інформації, що впливають на економічні процеси. Це включає поєднання якісних та кількісних методів, залучення різнопланових даних, оцінювання взаємодії зовнішніх та внутрішніх детермінант розвитку економіки. Комплексний підхід зменшує ризик однобічності та підвищує достовірність прогнозів.

5. Принцип альтернативності

Майбутній розвиток економічних систем має варіативний характер, тому прогнозування повинно містити аналіз альтернативних сценаріїв. Оптимістичні, песимістичні та базові сценарії дозволяють оцінити можливі траєкторії розвитку й визначити спектр потенційних ризиків. Альтернативність забезпечує гнучкість управлінських рішень у разі зміни зовнішніх умов.

6. Принцип безперервності

Безперервність полягає у регулярному оновленні та перегляді прогнозів у зв'язку з появою нової інформації та змінами в економічній динаміці. Оскільки економічні процеси є мінливими, актуальність та точність прогнозів можуть

зберігатися лише за умов постійного моніторингу, вдосконалення моделей і коригування вихідних припущень.

5.2. Основні методи прогнозування: якісні та кількісні.

Прогнозування є важливим інструментом прийняття управлінських рішень та стратегічного планування, оскільки дозволяє оцінити ймовірні тенденції розвитку системи в майбутньому. Залежно від наявності даних та характеру прогнозованого явища розрізняють **якісні та кількісні методи прогнозування**.

1. Якісні методи прогнозування

Якісні методи застосовуються в умовах недостатньої кількості статистичної інформації або високої невизначеності майбутнього розвитку процесів. Вони ґрунтуються на експертних оцінках, інтуїції та професійному досвіді фахівців.

До основних методів належать:

1. **Метод експертних оцінок** – передбачає систематичне залучення експертів для оцінки можливих напрямів розвитку явищ чи процесів. Застосовується через опитування, інтерв'ю або письмові анкети.
2. **Дельфійський метод** – передбачає проведення кількох раундів анонімних опитувань експертів із наступним узагальненням результатів та коригуванням оцінок. Цей підхід дозволяє мінімізувати вплив авторитетів та груповий ефект.
3. **Метод сценаріїв** – полягає у формуванні альтернативних сценаріїв розвитку подій (оптимістичного, песимістичного, базового). Використовується для стратегічного планування та антикризового управління.
4. **Метод аналогій** – передбачає прогнозування на основі порівняння сучасних умов із подібними історичними ситуаціями.

Переваги якісних методів: гнучкість, можливість прогнозування при обмежених даних. Недоліки: висока суб'єктивність та залежність результату від компетентності експертів.

2. Кількісні методи прогнозування

Кількісні методи базуються на статистичних даних та математичних моделях для кількісного оцінювання майбутніх значень показників. Вони забезпечують більш об'єктивну основу для прогнозування у порівнянні з якісними підходами.

Основні методи включають:

1. **Методи екстраполяції тенденцій** – передбачають продовження існуючих тенденцій у майбутньому. Використовуються лінійна, поліноміальна та експоненційна екстраполяції.

2. **Регресійний аналіз** – дозволяє визначати залежності між змінними та прогнозувати значення показників на основі цих взаємозв'язків. Може бути одно- та багатофакторним.

3. **Методи аналізу часових рядів** – передбачають вивчення динаміки показників у часі для виявлення закономірностей і сезонних коливань. До них відносяться методи ковзного середнього, експоненційного згладжування та ARIMA-моделі.

Переваги кількісних методів: об'єктивність, можливість моделювання складних взаємозв'язків. Недоліки: необхідність наявності достовірних даних та складність застосування у разі високої невизначеності.

5.3. Статистичні й економетричні моделі прогнозування

Прогнозування економічних та соціальних процесів на основі статистичних даних здійснюється за допомогою **статистичних та економетричних моделей**, які дозволяють кількісно оцінити тенденції розвитку системи та прогнозувати майбутні значення показників. Використання таких моделей забезпечує об'єктивність, системність та можливість кількісного вимірювання невизначеності.

1. Статистичні моделі прогнозування

Статистичні моделі ґрунтуються на аналізі **історичних даних** і дозволяють визначити закономірності розвитку показників у часі. До основних підходів належать:

1. **Методи аналізу часових рядів**

✓ Передбачають вивчення динаміки показників у часі та виявлення трендів, циклічних і сезонних коливань.

✓ Основні методи: ковзне середнє, експоненційне згладжування, сезонна корекція.

✓ Використовуються для короткострокового та середньострокового прогнозування.

2. **Кореляційно-регресійний аналіз**

✓ Дає змогу оцінити взаємозв'язок між економічними змінними та побудувати регресійну модель для прогнозування одного показника на основі значень інших.

✓ Застосовується у випадках, коли наявні кілька факторів, що впливають на прогнозований показник.

3. **Індекси та коефіцієнти динаміки**

✓ Використовуються для оцінки темпів зростання або зменшення показників та для формування прогнозів на базі середніх темпів зміни.

2. Економетричні моделі прогнозування

Економетричні моделі є розширенням статистичних методів, оскільки дозволяють враховувати **економічні закономірності та причинно-наслідкові зв'язки** між змінними. Вони використовуються для більш точного кількісного прогнозування у довгостроковій перспективі.

Основні типи економетричних моделей:

1. **Моделі лінійної та нелінійної регресії**

✓ Дозволяють оцінювати вплив одного або кількох факторів на залежний економічний показник.

✓ Лінійні моделі застосовуються при стабільних взаємозв'язках, тоді як нелінійні – при складних функціональних залежностях.

2. **Моделі структурних рівнянь**

✓ Використовуються для моделювання складних економічних систем із взаємозалежними змінними.

✓ Дозволяють враховувати одночасний вплив кількох факторів та оцінювати їх значущість.

3. **Динамічні економетричні моделі**

✓ Включають авторегресивні моделі (AR), моделі ковзного середнього (MA), ARIMA та VAR.

✓ Забезпечують прогнозування на основі історичних даних із урахуванням часової залежності показників.

Переваги економетричних моделей: можливість врахування багатьох факторів; об'єктивність оцінок; точність прогнозів при достатньому обсязі даних.

Недоліки: складність побудови моделей; потреба у високоякісних та повних статистичних даних; обмежена застосовність у разі значної нестабільності економічних умов.

5.4. Оцінювання точності прогнозів та вибір оптимальної моделі

Точність прогнозної моделі – близькість розрахункових значень до фактичних спостережень за період апроксимації.

Про ***точність прогнозу*** прийнято судити по величині погрішності (помилки) прогнозу – різниці між прогнозованим і фактичним значенням досліджуваної перемінної. Однак такий підхід до оцінки точності можливий тільки в двох випадках. *По-перше*, коли період попередження вже закінчився і дослідник має фактичні значення перемінної. При короткостроковому прогнозуванні це цілком реально. *По-друге*, коли прогноз розробляється ретроспективно, тобто прогнозування здійснюється для деякого моменту часу в

минулому, для якого вже маються фактичні дані. Так роблять у тих випадках, коли перевіряється розроблена методика прогнозу.

Точність моделі характеризується близькістю розрахункових значень до фактичних спостережень на період апроксимацій. Вважається, що моделі з меншим розходженням між фактичними і розрахунковими значеннями краще відображають досліджуваний процес. Для характеристики ступеня близькості використовуються такі описові статистики: середнє квадратичне відхилення (або дисперсія), коефіцієнт детермінації (чим ближче до 1, тим точніша модель), середня відносна помилка апроксимації (чим ближче до 0, тим точніша модель), максимальне відхилення тощо.

Розглянуті показники точності моделей розраховуються на основі всіх рівнів часового ряду і тому відображають лише точність апроксимації. На їх основі можна зробити вибір з декількох адекватних Треньових моделей економічної динаміки найбільш точної, хоча можливо, коли за одним показником більш точна одна модель, а за іншим – інша.

Параметричні характеристики точності прогнозів. Статистично точність прогнозів можна оцінити, використовуючи тільки так званий ретроспективний прогноз. Для його здійснення інформація ділиться на дві частини. Частина, що охоплює більш давнішні спостереження, використовуються для оцінювання параметрів побудованої моделі, друга, пізніша, розглядається як реалізація прогнозу. Одержані таким чином помилки прогнозу характеризують точність застосованої методики прогнозування. Якщо позначити прогнозовані значення F_t, а фактичні дані y_t, найбільш популярні описові статистики точності ретроспективного прогнозу мають такі формули розрахунку:

Середньоквадратична помилка MSE

$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^{n}(F_t - y_t)^2}{n};$$

Корінь квадратний з середньоквадратичної помилки

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum(F_t - y_t)^2}{n}};$$

Середня абсолютна помилка

$$MAE = \frac{\sum|F_t - y_t|}{n};$$

Корінь середньоквадратичної помилки у відсотках

$$RMSPE = \sqrt{\frac{100}{n}\sum\left(\frac{F_t - y_t}{y_t}\right)^2};$$

Середня абсолютна помилка у відсотках

$$MAPE = \sum \frac{100|F_t - y_t|}{n|y_t|} .$$

Поряд з *MAPE* можна розглядати медіану абсолютних помилок у відсотках (*MdAPE*), яка має перевагу у разі асиметричного розподілу помилок, коли середнє може бути зміщеним унаслідок небагатьох екстремальних значень.

Недоліком обговорених вище характеристик точності прогнозів є їх залежність від обраних одиниць виміру. Безрозмірним показником, аналогічним до коефіцієнта кореляції, є коефіцієнт нерівності Тейла:

$$U = \frac{\sqrt{\sum (F_t - y_t)^2 / n}}{\sqrt{\frac{F_t^2}{n}} + \sqrt{\frac{y_t^2}{n}}} .$$

У чисельнику стоїть *RMSE* , а займенник складається із суми коренів середніх значень квадратів фактичних та прогнозованих величин. Перевага коефіцієнта Тейла полягає в тому, що його значення завжди знаходиться в межах від 0 до 1. Якщо всі прогнози абсолютно точні, то *U*=0. Якщо всі прогнози дорівнюють 0, жодне з фактичних значень не дорівнює 0, навпаки, *U* дорівнюватиме *1*. Таким чином, малі значення *U* , вказують на те, що прогноз є точним.

MSE використовують також для порівняння точності різних прогнозів.

Обговорені характеристики точності прогнозів є параметричними в тому сенсі, що вони потребують виконання заданих припущень стосовно властивостей математичного сподівання та дисперсії випадкових змінних, які чинні за умов нормальності відповідних розподілів. Наприклад, використовуючи *MSE,* ми неявно припускаємо, що всі помилки прогнозу мають однакові і постійні математичні сподівання та дисперсії.

Непараметричні характеристики аналізу точності прогнозів не залежать від виду розподілу, а отже, не потребують припущення про нормальність розподілів. Це особливо корисно, коли йдеться про дані, які не дозволяють використовувати числові шкали. До непараметричних критеріїв належать: критерій знаків та рангові критерії.

Інтегровані критерії точності й адекватності. Схема формування інтегрованих критеріїв точності й адекватності, а також загального критерію якості прогнозів полягає в тому, що формується склад окремих критеріїв, на основі яких розраховується інтегрований показник. Попередньо для кожного окремого критерію розробляється процедура його нормування. Нормований критерій одержується з вихідної статистики критерію таким чином, щоб виконувалися умови: нормований критерій дорівнює 100, якщо модель

абсолютно точна (адекватна); нормований критерій дорівнює 0, якщо модель абсолютно неточна (неадекватна).

Узагальнений критерій якості моделі розраховується як зважена сума узагальненого критерію точності (його значення 0,75) і узагальненого критерію адекватності (його значення 0,25), тобто точності приділяється більше значення. Для характеристики точності використовується нормоване значення середньої відносної помилки апроксимації, а критерії адекватності визначають через нормоване значення критерію Дарбіна-Уотсона і характеристики нормального закону розподілу залишкової компоненти.

Верифікація моделі **–** перевірка моделі на достовірність.

Очевидно, що ***надійність прогнозу*** визначається імовірністю настання прогнозованої події, тобто реалізації відповідної прогностичної оцінки. Чим вона вище, тим вище і надійність. Імовірність реалізації може бути оцінена суб'єктивно (експертне прогнозування) чи може бути пов'язана з довірчими інтервалами прогнозу, якщо останній ґрунтується на статистичній моделі.

? ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

1. Які основні групи методів прогнозування виділяють у сучасній практиці?
2. В чому полягає сутність якісних методів прогнозування?
3. Які переваги та обмеження застосування експертних оцінок?
4. Що таке Дельфійський метод і як він мінімізує вплив авторитетів?
5. У чому полягає метод сценаріїв і коли його доцільно застосовувати?
6. Що таке екстраполяція трендів і які її основні види?
7. Яким чином регресійний аналіз дозволяє прогнозувати економічні показники?
8. Які основні методи аналізу часових рядів використовуються у прогнозуванні?
9. У чому полягає відмінність між статистичними та економетричними моделями прогнозування?
10. Які завдання вирішуються за допомогою аналізу часових рядів?
11. Що таке кореляційно-регресійний аналіз і як він використовується для прогнозування?
12. Що таке динамічні економетричні моделі (AR, MA, ARIMA, VAR) і для чого вони використовуються?
13. Які обмеження економетричних моделей прогнозування слід враховувати при їх застосуванні?
14. Чому достатній обсяг та якість даних є критично важливими для

економетричного моделювання?

15. Що таке оцінювання точності прогнозів і чому воно є важливим?

16. Які основні статистичні показники точності прогнозів застосовуються у практиці?

17. Як розраховується середня абсолютна помилка (MAE) і що вона характеризує?

18. У чому різниця між MSE та RMSE, і коли доцільно застосовувати кожен показник?

19. Що таке MAPE і яка її практична цінність?

20. Які критерії вибору оптимальної моделі прогнозування?

21. Як порівняльний аналіз моделей допомагає обрати оптимальну модель прогнозування?

22. Як оцінка точності прогнозу впливає на управлінські рішення та планування?

ТЕСТИ

1. Якісні методи прогнозування застосовуються, коли:

A) Даних достатньо для математичного моделювання
B) Даних недостатньо або майбутнє сильно невизначене
C) Потрібно провести регресійний аналіз
D) Існують стабільні часові ряди

2. Дельфійський метод відрізняється тим, що:

A) Використовує історичні дані для побудови моделі
B) Ґрунтується на експертних оцінках, які надаються анонімно і декілька разів
C) Застосовується для розрахунку середніх темпів зростання
D) Використовує тільки лінійну регресію

3. Кількісні методи прогнозування включають:

A) Метод сценаріїв
B) Регресійний аналіз
C) Експертні оцінки
D) Метод аналогій

4. Екстраполяція трендів дозволяє:

A) Прогнозувати на основі інтуїції експертів
B) Продовжувати існуючі тенденції у майбутньому
C) Виявляти причинно-наслідкові зв’язки між змінними
D) Будувати сценарії розвитку

5. Основна відмінність економетричних моделей від статистичних полягає в:
A) Використанні тільки експертних оцінок
B) Урахуванні економічних закономірностей та причинно-наслідкових зв’язків
C) Використанні ковзного середнього
D) Відсутності статистичних даних

6. Який метод належить до аналізу часових рядів?
A) Ковзне середнє
B) Метод експертних оцінок
C) Дельфійський метод
D) Метод сценаріїв

7. Моделі структурних рівнянь застосовуються для:
A) Аналізу короткострокових трендів
B) Моделювання складних економічних систем з взаємозалежними змінними
C) Екстраполяції простих тенденцій
D) Оцінки середніх абсолютних помилок

8. ARIMA-модель є прикладом:
A) Методу сценаріїв
B) Динамічної економетричної моделі
C) Лінійної регресії
D) Дельфійського методу

9. Середня абсолютна помилка (MAE) показує:
A) Квадрат відхилень прогнозу від фактичних даних
B) Середнє абсолютне відхилення прогнозу від фактичних значень
C) Відносне відхилення у відсотках
D) Тільки сезонні коливання

10. Відносна середня абсолютна помилка (MAPE) використовується для:
A) Порівняння помилок у відсотках
B) Побудови регресійної моделі
C) Екстраполяції трендів
D) Аналізу кореляційних зв’язків

11. Оптимальна модель прогнозування обирається на основі:
A) Найменшої помилки прогнозу

B) Найбільшої складності моделі
C) Виключно експертної думки
D) Випадкового вибору

12. Чому стабільність результатів моделі важлива?
A) Щоб забезпечити надійність прогнозів при зміні обсягу даних або часових інтервалів
B) Щоб підвищити середню абсолютну помилку
C) Щоб уникнути використання економетричних моделей
D) Щоб не застосовувати регресійний аналіз

ТЕМИ АНАЛІТИЧНО-ОГЛЯДОВИХ ЗАВДАНЬ

1. Якісні методи прогнозування та їх застосування в управлінні бізнесом.
2. Кількісні методи прогнозування: статистичні підходи та моделі часових рядів.
3. Регресійний аналіз як інструмент прогнозування економічних показників.
4. Дельфійський метод і метод сценаріїв у стратегічному плануванні.
5. Порівняння статистичних та економетричних моделей прогнозування.
6. Моделі структурних рівнянь у прогнозуванні складних економічних систем.
7. ARIMA та VAR: динамічні економетричні моделі для прогнозування.
8. Методи оцінки точності прогнозів: MAE, MSE, RMSE, MAPE.
9. Вибір оптимальної моделі прогнозування: критерії та практичні аспекти.
10. Застосування методів прогнозування в антикризовому управлінні.
11. Проблеми та обмеження прогнозування в умовах економічної нестабільності.
12. Інтеграція якісних та кількісних методів прогнозування для прийняття .управлінських рішень.
13. Використання економетричних моделей для прогнозування фінансових ринків.
14. Прогнозування продажів та попиту з використанням статистичних методів.
15. Роль інформаційних технологій у підвищенні точності прогнозів.

ЗАДАЧІ

Задача 1. Група експертів оцінює ймовірність успішного запуску нового продукту на ринок. Експерти дали такі оцінки: 60%, 70%, 65%, 75%, 55%. Застосуйте метод експертних оцінок, щоб визначити середню прогнозовану ймовірність успіху продукту.

Задача 2. Використовуючи Дельфійський метод, сформуйте остаточний прогноз на основі двох раундів оцінок експертів для розвитку технології в наступні 5 років.

Задача 3. За даними продажів за останні 5 років: 120, 135, 150, 165, 180 тис. одиниць. Виконайте екстраполяцію лінійного тренду, щоб спрогнозувати продажі на наступний рік.

Задача 4. Використовуючи регресійний аналіз, визначте залежність витрат на рекламу (X, тис. грн) від обсягів продажів (Y, тис. од.). Дані:

X	10	15	20	25	30
Y	100	130	160	190	220

- ✓ Побудуйте лінійну регресійну модель $Y = a + bX$.
- ✓ Зробіть прогноз продажів при витратах на рекламу 35 тис. грн.

Задача 5. Використовуючи дані часових рядів попиту: 200, 210, 220, 230, 240, визначте прогноз на наступний період методом ковзного середнього за 3 періоди.

Задача 6. За допомогою AR(1)-моделі (авторегресія першого порядку) з коефіцієнтом 0,8 і початковим значенням $Y_0 = 100$, розрахуйте прогноз на три наступні періоди.

Задача 7. Фактичні продажі за 5 місяців: 100, 120, 150, 130, 160 тис. од., прогнозовані: 110, 115, 140, 135, 155 тис. од. Розрахуйте MAE, MSE, RMSE та MAPE для оцінки точності прогнозу.

Задача 8. Дано два прогнози попиту на товар від різних моделей. Який з них є оптимальним, якщо:

- ✓ Модель A: MAE = 5, RMSE = 6
- ✓ Модель B: MAE = 7, RMSE = 5
- ✓ Проаналізуйте та обґрунтуйте вибір кращої моделі.

Задача 9. Потрібно обрати модель для прогнозування продажів. Дані: Модель 1: проста регресія, низька точність, легка в застосуванні. Модель 2: ARIMA, висока точність, складна в обчисленні. Модель 3: ковзне середнє, середня точність, легка в застосуванні. Обґрунтуйте вибір оптимальної моделі з точки зору точності та простоти використання.

ТЕМА 6
ОСНОВИ ІМІТАЦІЙНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

6.1. Поняття імітаційного моделювання
6.2. Призначення і застосування імітаційного моделювання
6.3. Етапи імітаційного моделювання
6.4. Основні види імітаційних моделей
6.5. Переваги імітаційного моделювання

Ключові поняття теми: імітаційне моделювання, модель, система, модель реального процесу, комп'ютерна імітація, сценарій, експеримент, призначення імітаційного моделювання, сфери застосування, етапи імітаційного моделювання, постановка задачі, побудова моделі, верифікація та валідація, проведення імітаційних експериментів, аналіз результатів, дискретно-подієві моделі, системна динаміка, агентно-орієнтовані моделі, переваги імітаційного моделювання.

Мета: ознайомлення з поняттям і сутністю імітаційного моделювання; вивчення його призначення та основних сфер застосування; формування уявлення про етапи побудови імітаційних моделей і їх основні види; усвідомлення переваг імітаційного моделювання як інструменту аналізу та підтримки управлінських рішень.

6.1. Поняття імітаційного моделювання

Імітаційне моделювання є сучасним методом дослідження складних систем, що дозволяє **аналізувати їх поведінку шляхом побудови моделі, яка відтворює ключові властивості та процеси реальної системи**. На відміну від аналітичного моделювання, імітаційне дозволяє враховувати високий ступінь складності, взаємозалежності елементів системи та випадкові процеси, що виникають у динамічних умовах.

Основна ідея імітаційного моделювання полягає у створенні комп'ютерної або математичної моделі, яка відтворює поведінку об'єкта чи процесу протягом

часу. Модель дозволяє проводити експерименти з системою без ризику для реального об’єкта, оцінювати різні сценарії розвитку подій та визначати ефективність прийнятих управлінських рішень.

Ключові характеристики імітаційного моделювання включають:

1. **Наближення до реальної системи** — модель повинна відтворювати основні властивості та взаємозв’язки системи;
2. **Можливість проведення експериментів** — дозволяє аналізувати наслідки змін параметрів без втрат для реальної системи;
3. **Використання комп’ютерних технологій** — імітаційні моделі, як правило, реалізуються за допомогою спеціального програмного забезпечення;
4. **Аналіз сценаріїв** — дослідження системи у різних умовах для виявлення оптимальних рішень;
5. **Врахування невизначеності та випадковості** — можливість моделювання стохастичних процесів, що характерні для економічних та соціальних систем.

Таким чином, імітаційне моделювання є ефективним інструментом для дослідження складних систем, що поєднує можливості кількісного аналізу, експериментального підходу та комп’ютерного моделювання, забезпечуючи науково обґрунтоване прийняття управлінських рішень.

6.2. Призначення і застосування імітаційного моделювання.

Імітаційне моделювання є потужним інструментом дослідження складних систем, які характеризуються високим рівнем взаємозалежності елементів, динамічністю процесів та невизначеністю умов функціонування. Основне призначення імітаційного моделювання полягає у забезпеченні **науково обґрунтованого аналізу систем, де традиційні аналітичні методи є недостатніми або неефективними**. До основних завдань, що вирішуються за допомогою імітаційного моделювання, належать:

1. **Аналіз складних систем** – імітаційні моделі дозволяють виявити поведінкові закономірності системи, оцінити вплив окремих елементів та взаємозв’язків на її функціонування, а також визначити критичні точки, що можуть призвести до нестабільності чи збоїв.
2. **Прогнозування поведінки системи при зміні параметрів** – завдяки моделюванню можна оцінити, як зміни в структурі, ресурсах або зовнішніх умовах вплинуть на результати діяльності системи. Це особливо актуально для управління виробництвом, логістикою та фінансовими потоками.
3. **Оцінка ефективності управлінських рішень та оптимізація ресурсів** – імітаційне моделювання дозволяє проводити експерименти з різними управлінськими стратегіями, визначати їх ефективність та обирати оптимальні

варіанти розподілу ресурсів.

4. **Дослідження ймовірнісних та стохастичних процесів** – моделювання забезпечує можливість врахування випадкових факторів і невизначеності, що є характерними для економічних, соціальних та технічних систем. Це дозволяє прогнозувати ризики і оцінювати ймовірнісні сценарії розвитку системи.

Сфери застосування імітаційного моделювання охоплюють широкий спектр практичних задач:

Логістика та оптимізація маршрутів – моделювання дозволяє визначати найбільш ефективні маршрути доставки, мінімізувати витрати часу та палива, а також прогнозувати потребу у транспортних засобах.

Фінанси та управління ризиками – імітаційні моделі використовуються для оцінки фінансових ризиків, прогнозування доходів та витрат, а також для оптимізації інвестиційних стратегій.

Виробниче планування та управління процесами – дозволяють оцінювати ефективність виробничих процесів, планувати завантаження обладнання та персоналу, а також визначати оптимальні обсяги виробництва.

Аналіз клієнтських потоків у банках, супермаркетах та сервісних компаніях – моделювання дає змогу прогнозувати навантаження на обслуговуючий персонал, оцінювати час очікування клієнтів та оптимізувати розподіл ресурсів.

Завдяки своїй гнучкості та здатності враховувати складність і невизначеність, імітаційне моделювання дозволяє **проводити експерименти з системою, прогнозувати наслідки різних управлінських рішень та визначати оптимальні стратегії розвитку**, що робить його ефективним інструментом для наукового аналізу та практичного управління складними системами.

6.3. Етапи імітаційного моделювання

Імітаційне моделювання є складним багатоступеневим процесом, який передбачає систематичне дослідження об’єкта або процесу шляхом створення та експериментальної перевірки моделі. Ефективність моделювання значною мірою залежить від правильності виконання всіх етапів процесу. У науковій літературі виділяють наступні ключові етапи імітаційного моделювання:

Постановка задачі. На цьому етапі визначаються мета та завдання моделювання, а також ключові показники ефективності системи. Формулюються питання, на які потрібно отримати відповіді, і уточнюється обсяг і межі моделі. Чітке визначення мети є критично важливим для того, щоб моделювання давало

корисні та практично застосовні результати.

1. **Формалізація системи.** Включає ідентифікацію основних елементів системи, їхніх властивостей, взаємозв'язків і правил поведінки. На цьому етапі визначаються змінні, параметри та обмеження системи. Формалізація забезпечує **структуроване представлення реальної системи**, що є основою для подальшого моделювання.

2. **Побудова моделі.** Створюється математична, логічна або комп'ютерна модель, яка відтворює поведінку системи. Вибір типу моделі (дискретно-подійна, безперервна, стохастична або детермінована) залежить від специфіки системи та поставлених завдань. На цьому етапі здійснюється програмна реалізація моделі, що дозволяє проводити чисельні експерименти.

3. **Верифікація та валідація.** Верифікація полягає у перевірці правильності реалізації моделі, тобто того, наскільки точно вона відповідає визначеним правилам і алгоритмам. Валідація передбачає порівняння результатів моделі з реальними даними, щоб переконатися у відповідності поведінки моделі реальній системі. Цей етап забезпечує **наукову обґрунтованість моделювання** та підвищує достовірність отриманих результатів.

4. **Проведення експериментів.** Модель використовується для проведення серії експериментів із різними сценаріями змін параметрів. Це дозволяє оцінити вплив кожного параметра на ефективність системи, виявити критичні точки та прогнозувати можливі ризики. Експериментальна робота забезпечує формування **кількісних та якісних висновків** про систему.

5. **Аналіз результатів і прийняття рішень.** На підставі отриманих результатів здійснюється оцінка ефективності різних варіантів управління та формуються рекомендації щодо оптимальних рішень. Цей етап забезпечує **перехід від моделювання до практичного застосування результатів** та підтримує процес управління системою у реальних умовах.

Всі етапи імітаційного моделювання формують **логічно послідовний цикл**, який дозволяє комплексно досліджувати складні системи, враховувати випадковість процесів і приймати науково обґрунтовані управлінські рішення.

6.4. Основні види імітаційних моделей

Імітаційні моделі класифікують за низкою ознак, зокрема за характером часу, ступенем детермінованості, структурою системи та типом процесів, які відтворюються. Така класифікація дозволяє вибрати метод моделювання, що найбільш точно відповідає особливостям досліджуваного об'єкта та поставленим аналітичним цілям.

1. Дискретні та безперервні моделі

Дискретні моделі описують системи, у яких зміни відбуваються у певні моменти часу (наприклад, прибуття клієнтів до банку, обробка замовлень, події у виробничому процесі). Вони широко застосовуються у логістиці, чергах, обслуговуванні та операційному менеджменті.

Безперервні моделі використовуються для опису процесів, які змінюються плавно й неперервно (динаміка популяцій, коливання рівня запасів, зміна температури або тиску у фізичних системах). Такі моделі будуються переважно на основі диференціальних рівнянь.

2. Стохастичні та детерміновані моделі

Стохастичні моделі враховують випадковість і невизначеність параметрів, що робить їх придатними для аналізу ризиків, клієнтських потоків, фінансових ринків та інших систем із високою мінливістю. Вони дозволяють оцінити ймовірнісні сценарії та варіативність результатів.

Детерміновані моделі передбачають, що всі параметри системи відомі та фіксовані, а результат є однозначним. Вони корисні у випадках, коли вплив випадкових чинників мінімальний або може бути проігнорований.

3. Статичні та динамічні моделі

Статичні моделі описують систему в конкретний момент часу або в умовному «зрізі». Їх застосовують для аналізу структури витрат, стану ресурсів, взаємозв’язків між окремими елементами системи.

Динамічні моделі відтворюють еволюцію системи у часі, дозволяючи оцінити тенденції, взаємодію параметрів, накопичувальні ефекти та циклічність.

4. Агентні моделі

Агентне моделювання ґрунтується на уявленні системи як сукупності автономних «агентів» (людей, підприємств, транспортних засобів), які діють відповідно до встановлених правил і взаємодіють між собою. Такий підхід ефективний для систем зі складною поведінкою, соціально-економічних процесів, поведінкової економіки, моделювання ринкової конкуренції.

5. Системно-динамічні моделі

Системна динаміка використовує концепції потоків, запасів і зворотних зв’язків. Вона добре підходить для аналізу довгострокових тенденцій, стратегічного планування, моделювання макроекономічних процесів, соціально-економічних систем і політик.

6. Моделі черг (Queueing Models)

Ці моделі застосовуються для оцінювання процесів обслуговування: банківські операції, робота кол-центрів, транспортні вузли, системи обробки замовлень. Вони дозволяють визначити оптимальний рівень ресурсів, навантаження та пропускну здатність.

7. Монте-Карло моделювання

Метод Монте-Карло полягає у багаторазовому випадковому генеруванні параметрів моделі для отримання розподілу можливих результатів. Його застосовують у фінансах, оцінці ризиків, прогнозуванні, стратегічному плануванні, наукових дослідженнях та інжинірингу.

Різноманітність видів імітаційних моделей дозволяє здійснювати гнучкий та багатовимірний аналіз систем будь-якої складності. Вибір конкретного типу моделі залежить від характеру досліджуваного процесу, доступних даних, рівня невизначеності та цілей прогнозування чи оптимізації.

6.5. Переваги імітаційного моделювання

Імітаційне моделювання посідає важливе місце в сучасній аналітиці, управлінні системами та наукових дослідженнях завдяки своїй здатності відтворювати складні, багатофакторні процеси без необхідності втручання у реальний об’єкт. У порівнянні з аналітичними чи експериментальними методами, імітаційні моделі забезпечують ширший спектр можливостей для аналізу, прогнозування та оптимізації.

1. Аналіз складних систем.Імітаційне моделювання дозволяє досліджувати системи з великою кількістю взаємопов'язаних елементів, нелінійними залежностями, стохастичними факторами та зворотними зв’язками. У таких системах аналітичні моделі часто є надто спрощеними, тоді як імітація здатна врахувати реальну логіку роботи процесів.

2. Можливість експериментування без ризику.Модель дозволяє випробовувати різні сценарії, політики, стратегії або управлінські рішення без шкоди для реальної системи. Це особливо важливо у сферах, де експеримент у реальних умовах є дорогим, небезпечним або технічно неможливим (наприклад, фінансова система, авіація, виробництво, енергетика).

3. Врахування невизначеності та випадковості.Імітаційні моделі дають змогу враховувати стохастичні фактори, випадкові коливання попиту, часу обслуговування, поведінкових критеріїв та інших факторів, які неможливо точно описати детермінованими формулами. Це підвищує реалістичність результатів і надає змогу оцінити ризики.

4. Гнучкість і адаптивність моделей.Імітаційні моделі легко модифікувати, адаптувати до нових умов або масштабувати відповідно до змін структури системи. Дослідник може швидко змінювати параметри, правила, обмеження та оцінювати їхній вплив на результативні показники.

5. Візуалізація процесів та результатів.Більшість сучасних імітаційних платформ забезпечують детальну візуалізацію роботи системи — у вигляді

графіків, анімацій, схем потоків, теплових карт тощо. Це полегшує інтерпретацію моделей і сприяє кращому розумінню взаємозв'язків у системі.

6. Підтримка прийняття управлінських рішень.За допомогою імітації можна оцінювати ефективність альтернативних стратегій, мінімізувати ризики, оптимізувати витрати, визначати необхідні ресурси або прогнозувати наслідки управлінських рішень. Це робить метод незамінним у логістиці, фінансовому менеджменті, виробництві та державному управлінні.

7. Моделювання систем без доступу до повних даних. Імітаційний підхід дозволяє аналізувати процеси навіть тоді, коли немає повної статистичної інформації. Модель може базуватися на структурній логіці системи, експертних оцінках або часткових даних, що робить її корисним інструментом у ситуаціях з обмеженою інформацією.

8. Підвищення якості прогнозування. Завдяки можливості враховувати динаміку, невизначеність, взаємозалежності та адаптивну поведінку системи, імітаційне моделювання забезпечує більш точні та реалістичні прогнози, ніж традиційні методи.

Переваги імітаційного моделювання роблять його одним із найефективніших інструментів для аналізу складних соціально-економічних, технічних та управлінських систем. Його здатність відтворювати реальні процеси, імітувати альтернативні сценарії та оцінювати ризики дозволяє підвищити якість рішень, оптимізувати управління ресурсами та зменшити невизначеність у прогнозуванні.

? ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

1. У чому полягає сутність імітаційного моделювання як методу дослідження складних систем?
2. Які основні властивості та характеристики має імітаційна модель?
3. Чому імітаційне моделювання є важливим інструментом у наукових та прикладних дослідженнях?
4. Які основні сфери застосування імітаційного моделювання у сучасній економіці та управлінні?
5. У чому полягає перевага імітаційного експерименту порівняно з експериментом у реальній системі?
6. Які види систем найчастіше потребують імітаційного аналізу?
7. Які етапи включає процес побудови та застосування імітаційної моделі?
8. Для чого потрібні верифікація та валідація моделі, і чим вони відрізняються?

9. Які чинники впливають на точність результатів імітаційного моделювання?

10. Як здійснюється інтерпретація результатів імітаційного експерименту?

11. Чим відрізняються дискретні моделі від безперервних?

12. У яких випадках доцільно використовувати стохастичні моделі?

13. Які особливості мають агентні моделі та які типи систем доцільно аналізувати за їх допомогою?

14. Які завдання найчастіше розв’язують за допомогою системно-динамічних моделей?

15. Що являють собою моделі черг і для чого вони застосовуються?

16. У чому полягає суть і методологічний принцип моделювання Монте-Карло?

17. Які переваги забезпечує використання імітаційних моделей для підтримки управлінських рішень?

18. Чому імітаційне моделювання дозволяє ефективно враховувати невизначеність та ризики?

19. Які можливості візуалізації результатів надають сучасні імітаційні платформи?

20. Чому імітаційні моделі є гнучкими та легко адаптуються до змін у структурі системи?

21. У яких ситуаціях імітаційне моделювання є більш доцільним, ніж аналітичні або статистичні методи?

22. Як імітаційне моделювання сприяє удосконаленню прогнозування та оптимізації процесів?

23. Які проблеми або помилки можуть виникати під час розроблення імітаційних моделей?

24. Чому моделювання дозволяє проводити дослідження в умовах нестачі інформації?

25. Які критерії ефективності імітаційної моделі можна застосовувати в практичних дослідженнях?

ТЕСТИ

1. Імітаційне моделювання — це:

A. Метод побудови математичних рівнянь для опису систем

B. Метод дослідження систем шляхом відтворення їх поведінки на моделі

C. Метод пошуку статистичних залежностей

D. Спосіб оцінювання ефективності експериментів у лабораторії

2. Головною особливістю імітаційної моделі є:
A. Відсутність динамічних процесів
B. Повне виключення випадковості
C. Можливість відтворення поведінки системи у часі
D. Використання тільки детермінованих параметрів

3. До основних сфер застосування імітаційного моделювання НЕ належить:
A. Логістика та управління потоками
B. Фінанси та ризик-менеджмент
C. Літературна критика
D. Виробничі системи

4. Який етап є обов’язковим в імітаційному моделюванні?
A. Розроблення статистичних звітів
B. Верифікація та валідація моделі
C. Пошук оптимального дизайну експерименту
D. Порівняння експериментів у лабораторії

5. Дискретні моделі використовуються, коли:
A. Процеси відбуваються плавно й безперервно
B. Система не має часової динаміки
C. Процеси змінюються у конкретні моменти часу
D. Відсутні випадкові фактори

6. Стохастичні моделі:
A. Виключають випадковість
B. Містять лише постійні параметри
C. Враховують випадкові зміни та невизначеність
D. Використовуються лише в інженерії

7. Агентні моделі описують:
A. Потоки через виробничі лінії
B. Поведінку автономних об’єктів, що взаємодіють між собою
C. Рівняння руху
D. Структуру фінансової звітності

8. Метод Монте-Карло заснований на:
A. Оптимізації виключно детермінованих процесів

B. Багаторазовому випадковому генеруванні параметрів
C. Розв’язанні диференціальних рівнянь
D. Аналізі часових рядів

9. Перевагою імітаційного моделювання є:
A. Неможливість змінювати структуру моделі
B. Дорожнеча та ризикованість експериментів
C. Можливість оцінювати альтернативні сценарії
D. Повна відсутність випадковості

10. Валідація моделі означає:
A. Перевірку внутрішньої логіки моделі
B. Перевірку відповідності моделі реальній системі
C. Оцінювання продуктивності моделі
D. Пошук оптимального рішення

ТЕМИ АНАЛІТИЧНО-ОГЛЯДОВИХ ЗАВДАНЬ

1. Порівняльний аналіз імітаційного та аналітичного моделювання: сильні та слабкі сторони.
2. Імітаційне моделювання як інструмент дослідження стохастичних процесів у економіці.
3. Методологія побудови імітаційних моделей: етапи, методи та критерії ефективності.
4. Застосування імітаційного моделювання в управлінні логістичними системами.
5. Імітаційні моделі в управлінні чергами: теорія та практичне використання.
6. Системна динаміка як метод імітаційного моделювання соціально-економічних процесів.
7. Агентне моделювання як інструмент аналізу поведінки та взаємодії елементів системи.
8. Метод Монте-Карло: теоретичні основи, сфери застосування та сучасні інструменти.
9. Комп’ютерні платформи та програмні середовища імітаційного моделювання: огляд можливостей.
10. Імітаційне моделювання у банківській сфері: аналіз клієнтських потоків та управління ризиками.

11. Використання імітаційного моделювання для оптимізації виробничих процесів.

12. Моделювання процесів у сфері охорони здоров'я: планування ресурсів та управління потоками пацієнтів.

13. Імітаційні моделі транспортних систем: прогнозування навантаження та оптимізація маршрутів.

14. Оцінювання ефективності управлінських рішень за результатами імітаційних експериментів.

15. Сучасні тенденції розвитку імітаційного моделювання: цифрові близнюки, штучний інтелект, Big Data.

16. Імітаційне моделювання у стратегічному плануванні та прогнозуванні розвитку підприємств.

17. Верифікація та валідація імітаційних моделей: підходи, інструменти та проблеми.

18. Гібридні імітаційні моделі: поєднання системної динаміки, агентних моделей та Монте-Карло.

19. Етичні та методологічні виклики використання імітаційних моделей у прийнятті рішень.

📱 ЗАДАЧІ

Задача 1.

У сервісному центрі працює два оператори, які обслуговують клієнтів.
Середній час обслуговування одного клієнта — 8 хвилин.
Клієнти прибувають випадковим чином з інтервалом у середньому 5 хвилин.

Потрібно:

1. Сформувати логічну структуру моделі системи обслуговування.
2. Визначити, які елементи є вхідними параметрами, процесами та вихідними показниками.
3. Запропонувати, які імітаційні експерименти можна провести.

Задача 2.

Ви моделюєте попит на продукт, який коливається залежно від сезону та випадкових ринкових факторів.

Питання:
Який тип моделі слід застосувати (дискретна / безперервна / стохастична / детермінована / комбінована) і чому?

Задача 3.

Клієнти приходять до каси магазину через випадкові інтервали: у середньому 10 клієнтів на годину.Середній час обслуговування одного клієнта — 4 хвилини.

Потрібно:

1. Визначити, чи виникатиме черга.
2. Які показники (довжина черги, час очікування, завантаженість касира) потрібно оцінити в імітаційній моделі?
3. Які рішення можна протестувати за допомогою моделювання?

Задача 4.

Підприємство розглядає два варіанти інвестицій:

- ✓ Варіант А дає стабільний дохід із малим ризиком.
- ✓ Варіант В — високий потенційний дохід, але з великою мінливістю результатів.

Потрібно:

1. Пояснити, як метод Монте-Карло допоможе оцінити доцільність інвестиції.
2. Які вихідні показники можна отримати після моделювання?
3. Як порівняти результати двох варіантів?

Задача 5.

У місті спостерігається зростання кількості автомобілів, що створює перевантаження транспортної системи.Темп приросту автотранспорту — 7% на рік.Потрібно:

1. Побудувати концептуальну causal-loop діаграму (словесно).
2. Визначити основні потоки (flows) та запаси (stocks).
3. Які сценарії можна протестувати у моделі (наприклад, обмеження транспортного руху, розширення доріг, розвиток громадського транспорту)?

Задача 6.

Створена модель прогнозує, що середній час очікування клієнта — 7 хвилин, але реальні дані свідчать про 10 хвилин.

Питання:

1. Які кроки слід виконати для валідації та коригування моделі?
2. Які потенційні причини такої різниці?

Задача 7.

У місті діють три конкуруючі служби таксі. Поведінка водіїв залежить від:

- ✓ місць найбільшого попиту;
- ✓ часу доби;
- ✓ цінової політики компанії;
- ✓ кількості доступних авто.

Потрібно:

1. Визначити агентів та їхні властивості.
2. Описати правила взаємодії між агентами.
3. Які результати можна отримати після моделювання (наприклад, розподіл замовлень, середній дохід водія, час очікування клієнта)?

Задача 8.

У виробничій лінії три верстати. Якщо один зупиняється, уся лінія сповільнюється.Потрібно запропонувати імітаційні експерименти для оцінки:

1. Впливу частоти поломок на продуктивність;
2. Необхідної кількості техніків для ремонту;
3. Оптимального графіка профілактики.

Задача 9.

Логістичний центр має 5 вантажівок, які доставляють товари у 12 точок. Час прибуття клієнтів та обсяг вантажу змінюються випадково.

Потрібно:

1. Яку імітаційну модель доцільно застосувати?
2. Які критерії оптимальності можна використовувати?
3. Які сценарії доцільно перевірити?

Задача 10.

Місто планує впровадити нову систему громадського транспорту. На рішення впливають: кількість пасажирів у різні години; маршрути; час поїздки; інтенсивність автомобільного руху; випадкові затримки; витрати на утримання транспорту.

Потрібно:

1. Який тип моделі найкраще підійде (агентна / системно-динамічна / дискретно-подійна / комбінована)?
2. Які параметри мають бути вхідними, а які — вихідними?
3. Які управлінські рішення можна оцінити в моделі?

ТЕМА 7
АНАЛІЗ ІНТЕНСИВНОСТІ ДИНАМІКИ. АНАЛІЗ ТЕНДЕНЦІЙ РОЗВИТКУ ТА КОЛИВАНЬ

7.1. Поняття про ряди динаміки, їх складові та правила побудови
7.2. Аналітичні показники ряду динаміки та їх взаємозв'язок
7.3. Середні показники ряду динаміки
7.4. Тенденція розвитку та прогнозування рядів динаміки
7.5. Вимірювання сезонних коливань.

Ключові поняття теми: аналіз динаміки; інтенсивність розвитку; темпи зростання; темпи приросту; абсолютний приріст; середні показники динаміки; тренд; тенденції розвитку; сезонні коливання; циклічні коливання; варіація ряду динаміки; екстраполяція; прогнозування; індекси динаміки; рівні ряду; стаціонарність; флуктуації; статистичні методи аналізу; економічна інтерпретація динаміки.

Мета: Аналіз тенденцій розвитку та коливань» є формування теоретичних знань і практичних навичок щодо кількісного та якісного оцінювання змін у часі, визначення темпів і характеру розвитку явищ, виявлення основних трендів, циклів та коливань, а також застосування статистичних методів для інтерпретації закономірностей динамічних процесів і побудови прогнозів.

7.1. Поняття про ряди динаміки, їх складові та правила побудови

У статистиці динамікою прийнято вважати процес розвитку та руху соціально-економічних та природних явищ у часі. Для відображення таких процесів будують ряди динаміки (динамічні, хронологічні, часові), які являють собою послідовність впорядкованих у часі значень статистичного показника.

Рядом динаміки у статистиці називається ряд впорядкованих у часі кількісних статистичних величин, який характеризує зміну величини суспільного явища. Аналіз рядів динаміки дозволяє виділити тенденції та закономірності розвитку.

При статистичному вивченні динаміки вирішуються такі завдання:

1. Визначення швидкості і інтенсивності розвитку явища за допомогою зміни рівнів ряду і середніх величин.

2. Визначення основної тенденції ряду динаміки (тренду), який дозволяє представити зміну рівнів ряду за певний проміжок часу у вигляді моделі.

3. Визначення величини коливання рівнів ряду навколо тренду; виявлення та кількісна оцінка сезонних коливань і вимір їх глибини.

4. Порівняння у часі окремих соціально-економічних показників різних країн.

5. Застосування методів аналізу динамічних рядів для прогнозування і інтерполяції.

Будь – який показник ряду динаміки складається з двох елементів:

1.показник часу - період або момент часу, до яких відносяться рівні ряду (t);

2.рівень ряду - статистичні показники, які характеризують рівні (y).

В рядах динаміки використовують такі умовні позначення рівня ряду:

t – часовий показник ряду; y_0 - перший рівень ряду (статистичний показник); y_i - проміжний рівень ряду; y_n - останній рівень ряду; n - кількість рівнів ряду.

При побудові динамічних рядів важливо дотримуватися вимог співставності даних.

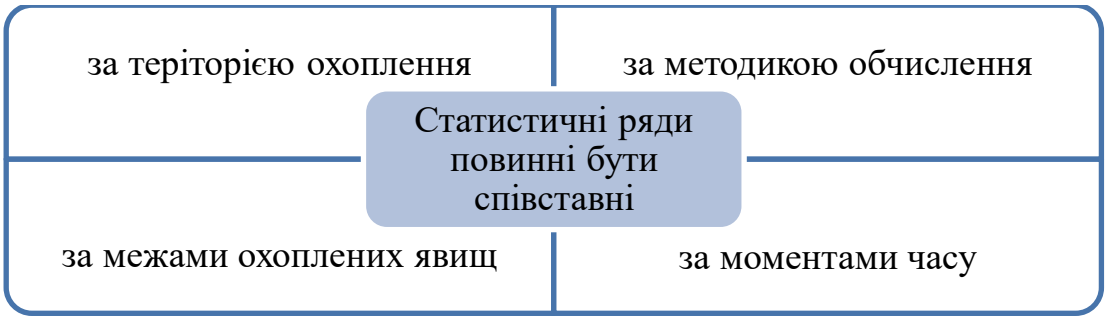


Рисунок 7.1.Співставність стистичних рядів.

Співставність рядів динаміки досягається за допомогою двох методик:

- Зімкнення динамічних рядів – обєднання в один ряд двох або більше рядів, рівні яких обчислені за різними методиками або в різних межах;
- Приведення динамічних рядів до одного знаменника – прийом переводу абсолютних показників у відносні для виявлення особливостей розвитку явища.

Щоб забезпечити об’єктивну оцінку розвитку явища (процесу) за допомогою числових рівнів, необхідно дотримуватися певних правил при формуванні рядів динаміки, зокрема:

а) періодизації розвитку, тобто розподіл рядів динаміки на однорідні етапи. Це означає, що потрібно формувати динамічні ряди за суворо однорідними періодами і етапами, що одночасно не заперечує можливість побудови і дослідження рядів динаміки за більш тривалі відрізки часу, які включають різні етапи розвитку явища;

б) одноякісність окремих рівнів динамічного ряду. Для цього необхідно попередньо провести типологічне або структурне групування, оцінити динаміку розвитку окремих груп, а потім явища в цілому. Так, динаміку середнього доходу необхідно досліджувати після вивчення динаміки середнього доходу окремих класів або груп населення;

в) порівнянність рівнів динамічного ряду – це означає, що рівні повинні бути в однакових одиницях виміру, визначатися по єдиній методології, включати однорідне коло об'єктів;

г)послідовність і неперервність в часі рівнів динамічного ряду – іншими словами, рівні динаміки повинні послідовно охоплювати весь етап розвитку явища від початку до кінця. Відсутність даних за деякі проміжки часу може перекрутити уяву про тенденцію розвитку явища при аналізі динамічного ряду;

д) величина ряду динаміки повинна відповідати інтенсивності досліджуваних явищ. Для більш мінливих явищ використовуються менші інтервали часу; для явищ з меншою варіацією – більші інтервали часу, або більші відрізки часу. Величина інтервалу в принципі повинна бути узгоджена з тривалістю циклів досліджуваних процесів: якщо виробництво виробу продовжується на протязі місяця, то немає необхідності вимагати звіту про готову продукцію за п'ять днів або декаду.

Для поглибленого вивчення явищ слід вивчати не один динамічний ряд, який характеризує зміну тільки однієї ознаки, однієї сторони явища, а досліджувати систему динамічних рядів, що дозволить всебічно вивчити тенденції і закономірності розвитку явища.

Наприклад, динаміка валового збору цукрового буряку відображає далеко не всі процеси в системі бурякосіяння; потрібно одночасно досліджувати динаміку посівних площ, врожайності, технічного забезпечення тощо.

В залежності від того, як представлені часовий та статистичний показники, всі ряди динаміки класифікуються таким чином:

Таблиця 7.1

Класифікація рядів динаміки

№	Ознака	Вид ряду	Характеристика
1.		Моментний	Характеризують стан явищ на певний момент часу.

	в залежності від характеру рівнів ряду	Інтервальний	Характеризують розміри суспільних явищ за певні періоди часу (день, місяць, квартал).
2.	за способом вираження рівнів динамічного ряду	Ряд абсолютних величин	Складаються з числових даних, що характеризують розміри суспільно – економічних явищ (наприклад, розмір основних засобів, фонд заробітної плати)
		Ряд відносних величин	Характеризують зміну відносних розмірів суспільно – економічних явищ (наприклад, зміна структури посівних площ)
		Ряд середніх величин	Характеризують зміну середніх розмірів ознак суспільно – економічних явищ (наприклад, середня урожайність, заробітна плата, собівартість продукції)
3.	в залежності від повноти часу	Повні	У динамічних рядах дати або періоди ідуть один за одним з рівними інтервалами
		Неповні	У динамічних рядах в послідовності часу спостерігаються нерівні інтервали
4.	в залежності від числа показників	Одномірні	Характеризують зміну одного показника (наприклад, індекс інфляції, чисельність населення)
		Багатомірні	Характеризують зміну двох, трьох і більше показників (наприклад, обсяги виробництва продукції)

В *моментних* рядах рівні висвітлюють величину явища на певну дату. *моментних рядах недоцільно складати окремі рівні динаміки.*

Таблиця 7.2

Залишки готової продукції на складах підприємства на початок місяця

Місяць	1.01.	1.02.	1.03.	1.04	1.05	1.06
Залишки готової продукції, тис.грн.	32,4	30,2	28,4	36,7	30,1	28,7

В *інтервальних* рядах динаміки рівні висвітлюють величину явища за певний проміжок часу.

Таблиця 7.3.

Динаміка виробництва м’яса у сільськогосподарських підприємствах Хмельницької області

Вид м’яса	2022р.	2023р.	2024р.	2025р.
М'ясо всіх видів (у забійній масі), тис.т. у тому числі	225,2	272,1	288,4	297,5
Яловичина та телятина	8,7	9,7	8,2	9,3
Свинина	7,8	8,7	10,2	11,2

На відміну від моментних рядів рівні інтервальних рядів можна складати, одержавши новий ряд, який характеризує явища за більш великий інтервал часу.

За відстанню між датами або інтервалами часу виділяють повні і неповні ряди динаміки. В повних рядах інтервали часу між окремими рівнями однакові. 1.01, 1.02, 1.03, 1.04, 1.05. У неповних рідах в послідовності часу рівний інтервал не додержується.

В залежності від способу вираження рівнів ряду (у вигляді абсолютних, відносних і середніх величин) ряди динаміки поділяють відповідно на ряди абсолютних, відносних і середніх величин. Ряди динаміки відносних і середніх величин будуються на основі рядів динаміки абсолютних величин. Не можна додавати рівні рядів динаміки відносних та середніх величин, оскільки вони є похідними, і отримана сума не матиме економічного змісту.

Побудова рядів динаміки — перший етап вивчення динаміки явищ. Завдання статистики — шляхом аналізу рядів динаміки розкрити закономірності, тенденції, характерні для різних етапів розвитку суспільних явищ. Результати аналізу необхідні для наукового управління економікою, обґрунтування планів економічного розвитку на перспективу.

7.2. Аналітичні показники ряду динаміки та їх взаємозв’язок

Аналіз рядів динаміки розпочинається з визначення того, як саме змінюються ряди ряду (збільшуються, зменшуються або залишаються незмінними) у абсолютних, відносних або середніх величинах.

Щоб докладно проаналізувати характер розвитку суспіотно – економічних явищ, використовують такі показники: абсолютний приріст, темп зростання, темп приросту і абсолютне значення 1% приросту.

Обчислення цих показників ґрунтується на абсолютному та відносному порівнянні між собою рівнів рядів динаміки. При цьому порівнюваний рівень називається поточним, а рівень, з яким роблять порівняння – базисним. За базу

порівняння часто приймають або попередній рівень, або початковий (перший) рівень ряду динаміки.

Вимірювання рівнів ряду динаміки визначається двома способами:

1.Базисний спосіб розрахунку аналітичних показників – це метод, при якому кожний рівень порівнюють з одним і тим же рівнем, взятим за базу порівняння (y_0);

2.Ланцюговий спосіб розрахунку аналітичних показників – це метод, при якому кожний рівень порівнюється з попереднім рівнем ряду.

За постійну базу порівняння можна прийняти не тільки початковий, але й будь який інший рівень ряду динаміки. Інколи за базу порівняння приймають середній рівень любого попереднього періоду. Вибір бази порівння може бути обґрунтований різними особивостями розвитку досліджуваного явища.

Для вивчення динаміки соціально – економічних явищ використовуються ряд аналітичних показників:

Таблиця 7.4.

Аналітичні показники динамічних рядів

Базисний метод	Ланцюговий метод
Абсолютний приріст – це абсолютна величина розміру змін досліджуваного явища, яка характеризується різницею між двома рівнями ряду динаміки. Він показує на скільки одиниць підвищився або зменшився рівень порівняно з базисним, за певний період часу.	
$\Delta y_{б} = y_i - y_0$	$\Delta y_{л} = y_i - y_{i-1}$
де $\Delta y_л$ - ланцюговий абсолютний приріст; $\Delta y_б$ - базисний абсолютний приріст; y_i - порівнюваний рівень ряду; y_{i-1} - попередній рівень ряду; y_0- базисний (початковий) рівень ряду.	
По знаку абсолютної зміни робиться висновок щодо характеру розвитку явища: якщо $\Delta y > 0$ – зростання, при $\Delta y < 0$ – спад, при $\Delta y = 0$ – стабільність	
Темп (коефіцієнт) зростання – це відношення поточного півня ряду динаміки до попереднього або початкового рівня. Показує в скільки разів (відсотків) порівнюваний рівень більший або менший базисного.	
$K_{б} = \frac{y_i}{y_0} * 100$	$K_{л} = \frac{y_i}{y_{i-1}} * 100$
За весь період $K_n = \frac{y_n}{y_0} \times 100$	Середній $\overline{Kp} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_0}} \times 100$
Добуток ланцюгових темпів зростання дорівнює кінцевому базиснму	
Критериальним значеннням темпу зростання є 100, тобто: Tр > 100 – зростання явища, Tр < 100 – спад, Tр = 100 – стабільність явища	
Темп приросту - визначається як відношення абсолютного приросту до абсолютного попереднього або початкового рівня і показує на скільки відсотків порівнюваний рівень більший або менший рівня, прийнятого за базу порівняння.	

$\text{Т}_{\text{п}}^{\text{б}} = \frac{\Delta y}{y_0} \times 100$	$\text{Т}_{\text{п}}^{\text{л}} = \frac{\Delta y}{y_{i-1}} \times 100$
Абсолютний розмір 1% приросту- це відношення абсолютного приросту за певний період до темпу приросту за той самий період (це вагомість одного відсотка відхилення) $Ai = \frac{y_{i-1}}{100}$	
За весь період $\Delta\bar{y}$ **1%** = $\frac{\Delta\bar{y}}{\text{Тпр}}$	
Коефіцієнт випередження (відставання) – це відношення двох сусідніх темпів зростання $\text{К} = \left(\frac{y_i}{y_{i-1}}\right) \div \left(\frac{x_i}{x_{i-1}}\right)$	

Приклад розрахунку усіх перелічених показників, які характеризують ряд динаміки

Таблиця 7.5.

Виробництво товарної продукції підприємством

Показник	2020	2021	2022	2023	2024	2025р.
Товарна продукція,млн..грн.	20	24	25	28	30	32

Абсолютний приріст

Базисний $\Delta y_{б} = y_i - y_0$

2015р. 24-20 = 4 млн.грн.

2016р. 25-20 =5 млн.грн.

2017р. 28-20 =8 млн.грн.

2018р. 30-20 =10 млн.грн.

2019р. 32-20 =12 млн.грн.

Ланцюговий $\Delta y_{л} = y_i - y_{i-1}$

24-20 = 4 млн.грн.

25-24 = 1млн.грн.

28-25 = 3млн.грн.

30-28 = 2 млн.грн.

32-30 = 2 млн.грн.

Ланцюгові і базисні абсолютні пирости взаємопов'язані між собою: сума послідовних ланцюгових приростів. Починаючи з першого, дорівнює базисному приросту.

Абсолютний приріст виражає абсолютну швидкість зміни рівнів ряду динаміки. Для більш вичерпної і глибокої характеристики явища абсолютні величини доповнюють відносними.

Темп (коефіцієнт) зростання

Базисний $K_{б} = \frac{y_i}{y_0} * 100$

2015р. (24:20)× 100= 120%

2016р. (25:20) ×100 = 125%

Ланцюговий $K_{л} = \frac{y_i}{y_{i-1}} * 100$

(24:20) ×100 = 120%

(25:24) ×100 = 124%

2017р. (28:20) ×100 = 140% (28:25) ×100 = 112%
2018р. (30:20) × 100 = 159 % (30:28) × 100 = 107%
2019р. (32:20) × 100 = 160% (32:30) × 100 = 106%

Темп зростання може бути виражений у вигляді коефіцієнтів або відсотків.

За весь період $K_n = \frac{y_n}{y_0} \times 100$ Середній $\overline{Kp} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_0}} \times 100$

$К_п = \frac{32}{20} = 160\%$ $\overline{Kp} = \sqrt[5]{\frac{32}{20}} = 109\%$

Темп приросту

Базисний $Т_п^б = \frac{\Delta y}{y_0} \times 100$ Ланцюговий $Т_п^л = \frac{\Delta y}{y_{i-1}} \times 100$

2015р. (4:20) × 100 = 20% (4:20) × 100 = 20%
2016р. (5:20) × 100 = 25% (1:24) × 100 = 4,16%
2017р. (8:20) × 100 = 40% (3:25) × 100 = 12%
2018р. (10:20) × 100 = 50% (2:28) × 100 = 7,2%
2019р. (12:20) × 100 = 60% (2:30) × 100 = 6,6%

Між темпом приросту та темпом зростання існує такий взаємозв'язок:

$$Т_i = К - 1 \text{ або}$$

$$Т_i = (Кi \times 100) - 100$$

Абсолютне значення одного поценту приросту $Ai = \frac{y_{i-1}}{100}$

2015р. 20:100 =0,20
2016р. 24:100 = 0,24
2017р. 25:100 = 0,25
2018р. 28:100 = 0,28
2019р. (32:20) × 100 = 160% (32:30) × 100 = 106%

Обчислений показник має важливе значення в економічному аналізі, оскільки темпи зростання можуть мати тенденцію до зменшення, або залишатись на одному івні, а абсолютне значення одного поценту зростати.

Приклад обчислення коефіцієнта випередження (відставання)

Показник	Базисний період	Звітний період
Товарна продукція, тис.грн	3570	3540
Собівартість товарної продукції, тис.грн.	3280	3490

Необхідно визначити коефіцієнт випередження (відставання) темпу приросту продукції в порівнянні з темпом приросту собівартості продукції.

$$К = \left(\frac{y_i}{y_{i-1}}\right) \div \left(\frac{x_i}{x_{i-1}}\right) = \frac{3540}{3570} \div \frac{3490}{3280} = 0{,}93$$

Таким чином, на 1% росту собівартості обсяг товарної продукції збільшився на 0,93%, тобто собівартість зростає швидше ніж обсяг продукції, що свідчить про незадовільні результати діяльності підприємства.

Такод при аналізі динамічних рядів необхідно зважати на такі правила: добуток послідовних ланцюгових темпів зростання дорівнює базисному темпу за весь період.

$$\frac{y_1}{y_0} \cdot \frac{y_2}{y_1} = \frac{y_2}{y_0}$$

7.3. Середні показники ряду динаміки

Розрахунок середніх величин є необхідним для порівняння змін того чи іншого показника у різні періоди. Спосіб розрахунку середнього рівня залежить від того, момент ний чи інтервальний.

В інтервальному ряді з рівними інтервалами часу застосовують середню арифметичну просту, а для нерівних інтервалів – середню арифметичну зважену:

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n} \qquad \bar{x} = \frac{\Sigma x f}{\Sigma f}$$

де f – проміжки часу; x – рівні ряду; n – число рівнів ряду.

У табл.8.3.були наведені дані про виробництво товарної продукції у 2014-2019 роках. Використовуючи ці дані обчислимо середньорічний рівень товарної продукції за шість років:

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x f}{\Sigma f} = \frac{20+24+25+28+30+32}{6} = 26{,}5 \text{ млн. грн.}$$

У момент них динамічних рядах з рівними проміжками між датами середній рівень обчислюється за формулою середньої хронологічної:

$$\bar{x} = \frac{\frac{1}{2}x_1 + x_2 + \ldots + x_{n-1} + \frac{1}{2}x_n}{n-1}$$

У знаменнику береться число рівнів за мінусом одиниці тому, що в чисельнику серед доданків перший та останній беруться в половинному розмірі.

За умовою попередньої задачі обчислимо середню хронологічну:

$$\bar{x} = \frac{\frac{20}{2} + 24 + 25 + 28 + 30 + \frac{32}{2}}{6-1} = 26{,}6 млн.грн.$$

Якщо для моментного ряду динаміки є дані тільки на початок і кінець періоду, то середній рівень може бути розрахований за формулою:

$$\bar{x} = \frac{x_0 + x_n}{2}$$

де x_0, x_1 – рівні відповідно на початок і кінець періоду.

До середніх з аналітичних показників відносіться такі: середній абсолютний приріст, середній темп зростання, середній темп приросту.

Таблиця 7.6.

Середні аналітичні показники динамічних рядів

Середній абсолютний приріст –характеризує середню швидкість зростання (зменшення) рівнів ряду динаміки. $y_c = \frac{y_n - y_0}{n-1}$ де y_n - кінцевий рівень ряду динаміки; y_0 – початковий рівень; n- кількість рівнів.
По знаку абсолютної зміни робиться висновок щодо характеру розвитку явища: якщо $\Delta y > 0$ – зростання, при $\Delta y < 0$ – спад, при $\Delta y = 0$ – стабільність
Середній темп зростання –показує у скільки разів у середньому кожен даний рівень більший (менший) від попереднього рівня.
$\overline{Kp} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_0}} \times 100$ n- число дат (днів, місяців, років) в періоді, що визначають середній темп зростання
Критериальним значеннням темпу зростання є 100, тобто: *Т*р > 100 – зростання явища, *Т*р < 100 – спад, *Т*р = 100 – стабільність явища
Середній темп приросту – показує, на скільки процентів у середньому збільшується (зменшується) цей рівень порівняно з попереднім $\overline{T} = \overline{T}p - 100$
+*Т*пр – приріст явища, –*Т*пр – спад, а *Т*пр = 0 – стабільність явища

Подальший аналіз рядів динаміки соціально-економічних показників пов'язаний з більш складними узагальненнями, з визначенням основної тенденції, вивченням сезонних коливань рівнів і дослідженням зв'язку між рядами.

7.4. Тенденція розвитку та прогнозування рядів динаміки

При вивченні динаміки соціально - економічного розвитку статистика визначає інтенсивність розвитку за допомогою показників, розглянутих вище, виявляє тенденції розвитку, оцінює структурні зрушення, виявляє фактори економічного зростання.

Тенденція — певний напрям розвитку, тривала еволюція (тенденція до росту, стабільності або до зниження рівнів явища).

Щоб виявити тенденцію рядів динаміки, у статистиці застосовують певні способи їх оброблення.

Найпростіший спосіб — *збільшення періодів часу*, до яких належать рівні динамічного ряду. Замість щоденних рівнів обчислюються декади (10 днів), щомісячні, квартальні, замість щорічних — п'ятирічні рівні.

Наприклад, дані продуктивності праці на протязі року варіюють:

Таблиця 7.7

Динаміка продуктивність праці робітників, шт./чол.

Місяць	Продуктивність праці , шт./чол.	
	Фактична	Середня за квартал
січень	20	21
лютий	22	
березень	21	
квітень	24	25
травень	25	
червень	26	
липень	25	25,3
серпень	24	
вересень	27	
жовтень	28	29,7
листопад	30	
грудень	31	

Замінимо щомісячні дані квартальними, тоді чітко виявляється тенденція зростання продктивності праці на підприємстві. Але за цього методу обробки значно зменшується кількість рівнів ряду.

$$y_1' = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} = \frac{20 + 22 + 21}{3} = 21$$

$$y_2' = \frac{y_4 + y_5 + y_6}{3} = \frac{24 + 25 + 26}{3} = 25$$

$$y_3' = \frac{y_7 + y_8 + y_9}{3} = \frac{25 + 24 + 27}{3} = 25{,}3$$

і т. д.

Якщо розглядати рівні продуктивності праці за коротні проміжки часу, то в силу багатьох факторів,які діють в різних напрямках, в рядах динаміки спостерігається зниження або підвищення їх рівнів. Через те що не видно основної тенденції розвитку досліджуваного явища.

В результаті проведеного укрупнення інтервалів, використовуючи картальні дані, ми отримали новий ряд динаміки продуктивності праці за квартал, який показує її збільшення.

Середня річна продуктивність праці за квартал також показує тенденцію її росту.

Важливим способом виявлення загальної тенденції ряду динаміки є *згладжування за допомогою рухомої середньої*. Тут також вдаються до укрупнення періодів, але воно проводиться шляхом послідовних зміщень на одну дату при збереженні постійного інтервалу періоду.

Звичайно при розрахунку змінних середніх використовують непарне число рівнів ряду (3, 5, 7 і т.д.)

$$\bar{y}_1 = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} = \frac{20 + 22 + 21}{3} = 21$$

$$\bar{y}_2 = \frac{y_2 + y_3 + y_4}{3} = \frac{22 + 21 + 24}{3} = 22{,}3$$

$$\bar{y}_3 = \frac{y_3 + y_4 + y_5}{3} = \frac{21 + 24 + 25}{3} = 23{,}3$$

Як видно з обчислень, згладжений ряд, яки складається з рухомих середніх показує більш плавне підвищення продуктивності праці.

Найбільш ефективним способом виявлення основної тенденції є *аналітичне вирівнювання.* На практиці найбільш поширеними формулами, які виражають тенденцію розвитку (тренд) явищ, є: пряма, гіпербола, парабола другого порядку, показникова функція, ряди Фур'є, логістична функція, експонента та ін.

Вирівнювання за прямою використовується в тих випадках, коли абсолютні прирости більш-менш постійні, тобто коли рівні динамічного ряду змінюються в арифметичній прогресії, або близькі до неї.

Рівняння прямої має вигляд: $y_t = a_0 + a_1 t$

де a_0, a_1 - параметри перебування прямої, що розраховуються методом найменших квадратів;

y_t - теоретичне значення рівня ряду.

Для знаходження параметрів a_0 та a_1, потрібно розвязати за способом найменших квадратів систему нормальних рівнянь:

$$\begin{cases} a_0 n + a_1 \sum t = \sum y \\ a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 = \sum yt \end{cases}$$

Дана система спрощується, якщо $\sum t = 0$ і система приймає вид:

$$\begin{cases} a_0 n = \sum y \end{cases}$$

$$a_1 \sum t^2 = \sum yt$$

Звідси

$$a_0 = \frac{\sum y}{n} \qquad a_1 = \frac{\sum y * t}{\sum t^2}$$

Дану систему нормальних рівнянь можна легко спростити, якщо відлік часу брати з середини ряду таким чином, щоб сума часу дорівнювала нулю. Принепарному числі рівнів серединна точка приймається за 0, тоді попередні періоди позначаються відповідно через -1, -2,-3 і т.д., а наступні за середні періоди – відповідно через +1, +2,+3 і.т.д. При парному числі рівнів динамічного ряду два середніх моменти часу позначаються через -1 і +1, а всі решта через два інтервали, тобто попередні до середини через -3, -5, -7 і.т.д., а наступні – відповідно через +3,+5,+7 і т.д.

Методику вирівнювання продуктивності праці за рівнянням прямої покажемо на прикладі.

Місяць	Фактична продуктивність праці, шт./чол.	Розрахунок показників			
		t	t^2	yt	y_t
січень	20	- 11	121	- 220	20.38
лютий	22	- 9	81	- 198	21.27
березень	21	- 7	49	- 147	22.15
квітень	24	- 5	25	- 120	23.04
травень	25	- 3	9	- 75	23.92
червень	26	- 1	1	- 26	24.81
липень	25	1	1	25	25.69
серпень	24	3	9	72	26.58
вересень	27	5	25	135	27.46
жовтень	28	7	49	196	28.35
листопад	30	9	81	270	29.23
грудень	31	11	121	341	30.12
Разом	303	0	572	253	-

Використовуючи розрахункові підсумки, отримуємо:

$$a_0 = \frac{\sum y}{n} = \frac{303}{12} = 25{,}25$$

$$a_1 = \frac{\sum yt}{\sum t^2} = \frac{253}{572} = 0.4423$$

За результатами розрахунків рівняння має вид:

$$y_t = a_0 + a_1 t = 25.25 + 0.442t$$

Коефіцієнт регресії в даному рівнянні (a_1= 0,44) характеризує середній приріст продуктивності праці за рік. Величина 25,25 буде показувати теоретичну продуктивність праці.

Теоретичні значення рівнів ряду:

Січень y_t = 25,25 + 0,4423 × (-11) = 20,38

Лютий y_t = 25,25 + 0,4423 × (-9) = 21,27

Березень y_t = 25,25 + 0,4423 × (-7) = 22,15 і т.д.

До основних кривих, які використовуються для аналітичного вирівнювання динамічних рядів відносять гіперболу, параболу другого та третього порядків, показникові функцію, та деякі інші.

Вирівнювання рядів динаміки відіграє важливу роль в аналізі соціально – економічних процесів, які змінюються в часі. Правильний підбір типу прямої або кривої для визначення тренду має велике теоретичне та практичне значення, особливо при прогнозування.

Вирівнювання рядів динаміки використовують також для знаходження відсутніх членів ряду за допомогою методу інтерполяції і екстраполяції.

Метод екстраполяції – це приблизний розрахунок рівня ряду, коли знаходяться невідомі рівні в кінці або на початку динамічного ряду.

Існує два види екстраполяції:

✓ Перспективна екстраполяція – це прогноз розвитку явища на перспективу;

✓ Ретроспективна екстраполяція – прогноз розвитку явища у минуле.

Метод інтерполяції – це розрахунок відсутнього рівня ряду, коли відомі рівні як лежать по різні сторони від невідомого.

Викристання цих методів можливо лише у тих випадках, коли тенденція розвитку явища (тренд) має стійкий характер, тобто відсутні коливання.

7.5. Вимірювання сезонних коливань

Сезонними коливаннями називаються більш-менш стійкі внутрішньорічні коливання в рядах динаміки, обумовлені специфічними умовами виробництва або споживання певного виду продукції.

Щоквартальні або щомісячні рівні багатьох показників соціально – економічних явищ суттєво залежать від сезонності, тобото від більш-менш постійно повторюваних із року в рік коливань рівнів рядів динаміки. У більшості випадків ці коливання пов’язані із зміною пори року. Найбільш яскраво виражені тенденції сезонності у сільськогосподарському виробництві, у галузях з переробки сільськогосподарської продукції, особливо тієї, що швидко псується. Значного коливання у динаміці підлягає грошовий обяг і товарообіг. Найбільші грошові прибутки населення має у III і IV кварталах. Максимальний обсяг роздрібного товарообігу припадає на кінець кожного року. Попит на різні види послуг, виробництво молока, яєць, мяса, вилов риби коливаються за сезонами.

Для дослідження внутрішньорічних коливань можна використати цілу низку методів (простої середньої, Персонса, ковзної середньої, аналітичного вирівнювання, рядів Фур'є), які забезпечують їх оцінку з різною точністю, надійністю і трудоємкістю.

Сезонні коливання характеризуються спеціальним показником, який називається індексом сезонності (*I*s). У сукупності ці індекси утворюють сезонну хвилю.

Індекс сезонності – це відсоткове відношення однойменних місячних (квартальних) фактичних рівнів динамічних рядів до їх середньорічних або вирівняних рівнів.

Прикладами виробництва, яким притаманні сезонні коливання, є будівництво, виробництво овочевих консервів, молока тощо.

Прагнення пом’якшити негативні наслідки сезонних коливань вимагає їх дослідження і оцінки.

Сезонні коливання характеризуються спеціальними показниками, які називаються *індексами сезонності*; сукупність їх створює *сезонну хвилю*.

Індекс сезонності за методом середньої визначається за формулою:

$$I_s = \frac{\bar{y}_i}{\bar{y}} \times 100$$

де I_s- індекс сезонності;

$\bar{y}_i$ - середнє значення за квартал (місяць);

$\bar{y}$ - загальна середня (квартальна або місячна).

Для Сезонну хвилю, або індекс сезонності реалізації продукції підприємством обчислимо в три етапи, для чого складемо розрахункову таблицю.

Розрахунок сезонної хвилі реалізації продукції підприємством за 2023-2025роки, тис.грн.

Місяці	Роки			Разом	У середньому $\overline{Y}_i$	$I_s = \frac{\bar{y}_i}{\bar{y}} \times 100$
	2023	2024	2025			
1.	380	370	376	1126	375,3	122,88
2.	180	175	170	525	175,0	57,3
3.	520	514	510	1544	514,6	168,49
4.	168	167	166	501	167,0	54,68
5.	215	212	210	637	212,3	69,51
6.	125	122	120	367	122,3	40,04
7.	370	364	360	1094	364,6	119,3
8.	330	347	324	1001	333,6	109,23
9.	310	307	303	920	306,6	100,38
10.	415	414	408	1237	412,3	134,99
11.	278	290	310	878	292,6	95,80

12.	375	410	395	1180	393,3	128,77
Разом	3666	3692	3652	11010	305,41	X

На першому етапі розраховуємо середню реалізацію продукції у кожному місяці за три роки. Цей розрахунок ліквідовує вплив випадкових причин і проводиться за середньою арифметичною простою. Наприклад, середнє сезонне коливання реалізації продукції у січні за три роки:

$$\bar{y}_1 = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} = \frac{1126}{3} = 375{,}3$$

Аналогічно розраховуються сезонні коливання для всіх місяців року.

На другому етапі визначаємо середню реалізацію продукції за весь досліджуваний період

$$\bar{y}_3 = \frac{3669{,}5}{12} = 305{,}41 \text{ тис. грн.}$$

На третьому етапі обчислимо сезонну хвилю, або індекс сезонності за весь період:

$$I_s = \frac{\bar{y}_i}{\bar{y1}} \times 100 = \frac{375{,}3}{305{,}41} = 122{,}88\ \%$$

$$I_s = \frac{\bar{y}_i}{\bar{y2}} \times 100 = \frac{175}{305{,}41} = 57{,}3\ \%$$

Покажемо сезонну хвилю реалізації продукції на графіку

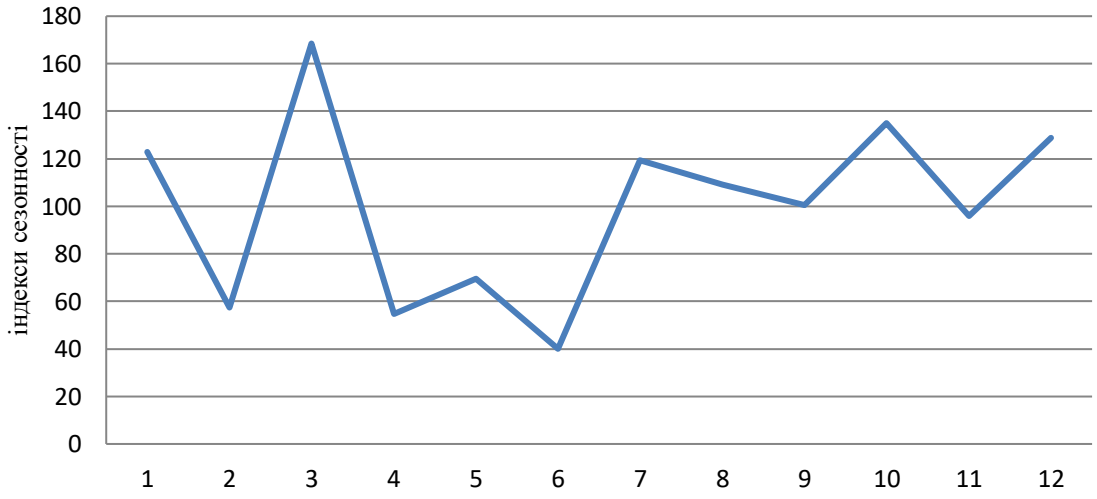


Рисунок 7.2. Сезонна хвиля реалізації продукції підприємством у 2023-2025роках.

Судячи з графіку, реалізація продукції підприємством суттєво падає у четвертому, п'ятому та шостому кварталах і різко зростає у третьому місяці. Це свідчить про сезонність продажу окремих видів продукції підприємства.

? ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

1. З якою метою аналізуються дані рядів динаміки?

2. Які види рядів динаміки використовуються в економічному аналізі?

3. Які показники застосовуються для характеристики змін рівнів ряду динаміки?

4. Який вид середніх величин використовується для розрахунку середнього рівня ряду динаміки?

5. Методи розрахунку середніх показників рядів динаміки.

6. Як може бути виявлена основна тенденція в змінах рівнів ряду динаміки?

ТЕСТИ

1. Що характеризує інтенсивність динаміки?

A. Абсолютний рівень явища
B. Швидкість зміни показника у часі
C. Структуру сукупності
D. Випадкові коливання

2. Який показник визначається відношенням рівня поточного періоду до попереднього?

A. Абсолютний приріст
B. Темп приросту
C. Темп зростання
D. Середній рівень

3. Абсолютний приріст — це:

A. Відношення рівнів ряду
B. Різниця між двома рівнями ряду
C. Частка зміни у відсотках
D. Показник сезонності

4. Тренд відображає:

A. Випадкові коливання
B. Довгострокову тенденцію розвитку
C. Сезонні коливання
D. Циклічні зміни

5. Темп приросту виражається:

A. У відсотках
B. У натуральних одиницях
C. У відносних відхиленнях

D. У логарифмах

6. Для виявлення тенденції розвитку найчастіше застосовується:
A. Середнє квадратичне відхилення
B. Кореляційний аналіз
C. Побудова трендової моделі
D. Індексний метод

7. Сезонні коливання – це:
A. Зміни, що повторюються у довгостроковому циклі
B. Одноразові випадкові стрибки
C. Короткострокові коливання, пов’язані з ритмічністю процесів
D. Похибки вимірювання

8. Який метод використовують для згладжування випадкових коливань?
A. Метод середніх ковзних
B. Метод індексів
C. Метод аналітичного групування
D. Метод балансових розрахунків

9. Циклічні коливання пов’язані з:
A. Діяльністю окремих підприємств
B. Мінливістю сезонних факторів
C. Економічними циклами тривалого періоду
D. Технічними похибками

10. Який показник є інтегральною оцінкою зміни рівня ряду за весь період?
A. Середній рівень ряду
B. Середній абсолютний приріст
C. Середній темп зростання
D. Варіація рівнів

11. Якщо темп приросту < 0, це означає:
A. Зростання показника
B. Зниження показника
C. Стабільність
D. Відсутність тенденції

12. Який метод найчастіше застосовують для прогнозування рядів динаміки?
A. Екстраполяція тренду
B. Метод групувань
C. Розрахунок абсолютних величин
D. Кореляція ознак

13. Флуктуації — це:
A. Закономірні трендові зміни
B. Регулярні коливання
C. Випадкові нерегулярні коливання
D. Річні сезонні зміни

14. Який показник використовують для оцінки рівномірності динаміки?
A. Дисперсія та σ
B. Індекс сезонності
C. Темп приросту
D. Абсолютний рівень

15. Якщо рівні ряду зростають стабільно, то середній темп зростання:
A. Менший за темп приросту
B. Завжди дорівнює 100%
C. Близький до темпів окремих інтервалів
D. Дорівнює нулю

ТЕМИ АНАЛІТИЧНО-ОГЛЯДОВИХ ЗАВДАНЬ

1. Методологічні підходи до аналізу динамічних рядів.
2. Показники інтенсивності динаміки: сутність, значення та застосування.
3. Абсолютні та відносні показники змін у часі: порівняльна характеристика.
4. Методи виявлення та оцінювання трендів у соціально-економічних процесах.
5. Сезонні та циклічні коливання: природа, фактори впливу та методи аналізу.
6. Методи згладжування динамічних рядів: середні ковзні, експоненційне згладжування, їх застосування.

7. Флуктуації в рядах динаміки: сутність, причини виникнення та способи аналізу.
8. Сучасні підходи до прогнозування динаміки соціально-економічних показників.
9. Екстраполяційні методи прогнозування: можливості та обмеження.
10. Методи оцінювання сезонності: мультиплікативні та адитивні моделі.
11. Середній темп зростання як інтегральний показник розвитку.
12. Роль статистичного аналізу тенденцій у формуванні управлінських рішень.
13. Методи оцінювання регулярності та стабільності динамічних процесів.
14. Циклічний розвиток економічних систем: статистичні та економічні підходи до вивчення.
15. Застосування індексного аналізу в дослідженні довгострокових змін економічних показників.
16. Вплив випадкових факторів на динаміку соціально-економічних явищ.
17. Прогнозування на основі трендових моделей: методи та практичні приклади.
18. Комплексний аналіз тенденцій і коливань у фінансових ринках.
19. Статистичні методи оцінювання інтенсивності демографічних процесів.
20. Використання сучасних програмних засобів (Excel, R, Python) для аналізу рядів динаміки.

📱 ЗАДАЧІ

Задача №1. Абсолютний приріст та темп зростання

Обсяг виробництва продукції у підприємстві за 5 років (тис. од.): 2019 – 100, 2020 – 120, 2021 – 140, 2022 – 150, 2023 – 165.

Завдання:

1. Обчислити абсолютний приріст виробництва за кожен рік.
2. Визначити темп зростання та темп приросту за кожен рік.
3. Обчислити середній темп зростання за 5 років.

Задача №2.Виявлення тенденції розвитку

Обсяг продажів товару (тис. грн) за 6 місяців: Січень – 50, Лютий – 55, Березень – 53, Квітень – 60, Травень – 62, Червень – 64.

Завдання:

1. Побудувати графік ряду динаміки.
2. Виявити тренд розвитку (підвищувальний, знижувальний, стабільний).
3. Розрахувати середній приріст продажів.

Задача №3. Аналіз сезонних коливань

Обсяг продажів морозива (тис. порцій) за 4 квартали: I – 100, II – 180, III – 250, IV – 120.

Завдання:

1. Визначити сезонні коефіцієнти (адитивна модель).
2. Визначити середній обсяг продажів за рік.
3. Скласти прогноз продажів на наступний рік з урахуванням сезонності.

Задача №4. Циклічні коливання

Індекс промислового виробництва за 5 років: 2018 – 100, 2019 – 110, 2020 – 105, 2021 – 115, 2022 – 120.

Завдання:

1. Визначити відхилення від тренду.
2. Виявити наявність циклічних коливань.
3. Оцінити середню інтенсивність циклічного розвитку.

Задача №5. Задача на середній темп зростання

Кількість студентів у навчальному закладі за 4 роки: 2019 – 800, 2020 – 850, 2021 – 900, 2022 – 950.

Завдання:

1. Обчислити середній темп зростання кількості студентів.
2. Визначити середній річний приріст.
3. Побудувати прогноз кількості студентів на 2023 рік.

Задача № 6. Задача на флуктуації

Температура повітря у місті протягом 7 днів (°C): 20, 22, 21, 25, 23, 24, 22.

Завдання:

1. Визначити середнє значення ряду.
2. Обчислити відхилення кожного дня від середнього.
3. Оцінити інтенсивність флуктуацій.

Задача № 7. Задача на згладжування ряду динаміки

Умова:

Обсяг виробництва за 8 місяців (тис. од.): 10, 12, 11, 15, 14, 16, 18, 17.

Завдання:

1. Виконати згладжування ряду методом середніх ковзних (3 місяці).
2. Побудувати графік початкового та згладженого ряду.
3. Визначити тренд розвитку виробництва.

Задача № 8. Задача на прогнозування

Умова:

Обсяг реалізації продукції за 5 років: 2018 – 200, 2019 – 220, 2020 – 250, 2021 – 270, 2022 – 300.

Завдання:

1. Побудувати трендову лінію методом лінійної регресії.
2. Скласти прогноз обсягу реалізації на 2023 рік.
3. Оцінити надійність прогнозу.

ТЕМА 8.
СТАТИСТИЧНІ МЕТОДИ ВИМІРЮВАННЯ ТА МОДЕЛЮВАННЯ ВЗАЄМОЗВ'ЯЗКІВ У ЕКОНОМІЧНИХ ПРОЦЕСАХ

8.1. Кореляційний аналіз
8.2. Регресійний аналіз

Ключові слова: кореляційний аналіз, коефіцієнт кореляції Пірсона, коефіцієнт рангової кореляції Спірмена, множинна кореляція,регресійний аналіз, лінійна регресія, множинна регресія, змінна залежна та незалежна, параметри регресійної моделі, статистична значущість, взаємозв'язок змінних, прогнозування на основі регресії

Метою заняття є формування у студентів теоретичних знань та практичних навичок щодо застосування статистичних методів для оцінки взаємозв'язків між економічними, соціальними та іншими показниками. Заняття спрямоване на: засвоєння сутності кореляційного та регресійного аналізу; навчання обчислення та інтерпретації коефіцієнтів кореляції та параметрів регресійних моделей; розвиток умінь аналізувати силу, напрямок та статистичну значущість взаємозв'язків; формування здатності використовувати результати кореляційного та регресійного аналізу для прийняття обґрунтованих управлінських рішень.

8.1.Поняття про кореляційний аналіз

Усі явища, що відбуваються в природі, економіці та суспільстві, мають певний ступінь взаємопов'язаності та взаємообумовленості. Зміни одного явища, як правило, супроводжуються змінами іншого, що створює систему взаємозв'язків між показниками. **Статистика** дозволяє кількісно оцінювати такі взаємозв'язки, виявляти закономірності та визначати напрямок впливу одного явища на інше, використовуючи для цього **кореляційно-регресійний аналіз**.

Кореляційний аналіз – це статистичний метод, призначений для встановлення існування, сили та напрямку взаємозалежностей між окремими статистичними ознаками, які характеризують соціально-економічні явища та процеси. Він дозволяє відповісти на такі ключові питання: чи змінюється одна

ознака під впливом іншої, наскільки тісно пов’язані між собою показники, і в якому напрямку проявляється цей зв’язок (позитивний чи негативний).

Кореляційний аналіз є фундаментальним інструментом для дослідження взаємозв’язків у різних сферах: економічній (наприклад, зв’язок між витратами і доходами), соціологічній (взаємозв’язок рівня освіти та доходів населення), маркетинговій (вплив реклами на обсяги продажів) та природничих науках (взаємозв’язок температури та вологості, росту рослин та освітленості).

Метод кореляційного аналізу дозволяє не лише встановити наявність залежності, але й кількісно її оцінити за допомогою різних коефіцієнтів кореляції (Пірсона, Спірмена, Кендалла), що дає змогу проводити об’єктивний аналіз тенденцій і робити статистично обґрунтовані висновки щодо характеру та сили взаємозв’язків.

Таблиця 8.1.

Класифікація видів зв’язку

№	Ознака	Вид ряду	Характеристика
1.	в залежності від ступеня залежності одного явища від іншого	Функціональний (повний)	Означає, що зі зміною однієї ознаки (аргументу) друга ознака (функція) зміниться в суворо визначеному порядку. Іншими словами, кожному значенню аргументу відповідає тільки одне значення функції.
		Стохастична (імовірна) залежність	Означає, що кожному значенню ознаки х відповідає певна множина значень ознаки у, які варіюють і утворюють ряд розподілу. Окремим випадком **є кореляційна залежність**, яка відображає зв’язки відносні, неповні. Кожному значенню фактора (аргументу) відповідає не одне повне значення іншої ознаки (функції), а декілька їх значень. Тому зв’язок може проявитися лише в зміні результативної ознаки в середньому.
2.	за напрямом між корелюючими величинами	Прямий	Зміна факторної ознаки зумовлює зміну результативної ознаки в тому самому напрямі.
		Обернений	Направленість зміни результативної ознаки не збігається з направленістю зміни ознаки – фактора.
3.	за формою зв’язку	Прямолінійний	Залежність результативної ознаки від певної ознаки-фактора може бути виражена рівнянням прямої лінії.
		Криволінійний	Залежність результативної ознаки від певної ознаки- фактора може бути виражена рівнянням якої – небудь кривої.
4.	в залежності від кількості досліджуваних ознак	Парна (проста)	Аналізують зв'язок між факторною і результативною ознаками.
		Множинна	Аналізують залежність результативної ознаки від двох і більше факторних ознак.

Для того щоб правильно застосувати кореляційні методи, необхідно глибоко вивчити суть взаємозв'язків соціально – економічних явищ. Ці методи не виявляють причин виникнення зв'язків між окремими явищами і характеру їх взаємодії. Характер взаємозв'язків і закономірностей розвитку економічних процесів встановлюють за допомогою теоретичного аналізу. Кореляційний метод включає кількісну оцінку взаємозалежностей між статистичними ознаками, що характеризують досліджувані явища.

Найбільш істотні ознаки для аналізу відбирають логіко – теоретичним шляхом залежно від змісту співвідношення результативної і факторної ознак.

Задача кореляційно-регресивного аналізу в першу чергу полягає в тому, щоб визначити і оцінити рівняння, яке б найбільш адекватно відображало природу взаємозв'язків досліджуваних явищ, або іншими словами, знайти алгебраїчну форму необхідного рівняння.

В економічних дослідженнях використовуються різноманітні рівняння, зокрема такі парні:

$Y = a_0 + a_1 x$	лінійне
$Y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$	квадратичне
$Y = a_0 + \frac{a_1}{x}$	гіперболічне
$\ln Y = a_0 + a_1 \ln x_1$	логарифмічне
$Y = a_0 x^{a_1}$	степеневе

де a_0, a_1- параметри рівнянь регресії, які підлягають визначенню.

Що стосується багатофакторних рівнянь, то в економічних дослідженнях найчастіше застосовуються такі рівняння:

$Y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 + ... + a_n x_n$	лінійне
$\ln Y = a_0 + a_1 \ln x_1 + a_2 \ln x_2 + ... + a_n \ln x_n$	логарифмічне

Перевага зазначених багатофакторних рівнянь полягає в тому, що їх параметри (a_i) відображають певний економічний зміст.

Коєфіцієнт кореляції показує, на скільки значним є вплив ознаки *x* на Y. Для оцінки тісноти зв'язку використовуються:

- в парних рівняннях – парний лінійний коефіцієнт кореляції (r);

- в парних нелінійних рівняннях - парне кореляційне відношення (η);

- в багатофакторних множинних лінійних рівняннях –множинний лінійний коефіцієнт кореляції (R);

- в множинних нелінійних рівняннях - множинне кореляційне відношення (η).

Парний лінійний коефіцієнт кореляції обчислюється за формулою:

$$r = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{\left[n\sum x^2 - \left(\sum x\right)^2\right] \cdot \left[n\sum y^2 - \left(\sum y\right)^2\right]}}.$$

Лінійний множинний коефіцієнт кореляції, кореляційне відношення (парне і множинне) розраховуються за однаковою формулою:

$$R_{(\eta)} = \sqrt{1 - \frac{\sum (y - \hat{y})^2}{\sum (y - \bar{y})^2}}.$$

Коефіцієнт детермінації показує, якою мірою варіація результативної ознаки Y визначається варіацією факторної ознаки *x*. Він використовується при лінійному і нелінійному зв'язку.

$$R^2 = \frac{\sum (Y - \bar{y})^2}{\sum (y - \bar{y})^2}$$

Після встановлення тісноти зв'язку дають оцінку значимості зв'язку між ознаками за допомогою використання *F* – критерію Фішера та t – критерію Стюдента.

Для парної регресії (лінійної і нелінійної) *F* – критерій Фішера розраховують за формулою:

$$F = \frac{\sum (Y - \overline{y})^2}{1} : \frac{\sum (y - Y)^2}{(n - 2)}$$

де 1, (n - 2) –число ступенів вільності (свободи) чисельника і знаменника залежності.

Для парної лінійної регресії розраховують t – критерію Стюдента:

$$t = R\sqrt{\frac{n-2}{1-R^2}}$$

де (n -2) – число ступенів вільності.

Задача 2. За даними задачі 1 оцінити тісноту зв'язку та значущість зв'язку між ознаками.

Обчислення проведемо за допомогою таблиць.

№	x	y	Y	$(Y - \overline{y})^2$	$(y - \overline{y})^2$	y -Y	$(y-Y)^2$
1	3	110	36,95	13001	1681	73,05	5336
2	5	130	42,67	11699	441	87,33	7626
3	10	200	56,97	8838	2401	143,03	20449
4	14	220	67,41	6979	4761	152,59	23283
5	8	150	51,25	9875	1	98,75	9751
6	2	130	34,09	13561	441	93,91	8819
7	6	140	45,53	11074	121	94,47	8924
8	9	180	54,11	9379	841	125,89	15848
9	1	100	31,23	14336	2601	68,77	4729
Всього	58	1360	-	99042	13289	-	104765

Коефіцієнт детермінації $R = \frac{99042}{13289} = 7.45$

Коефіцієнт кореляції R = $\sqrt{R^2}$ = 2.72

Тіснота зв'язку за допомогою *F* – критерія Фішера

$F = \frac{99042}{1} : \frac{104765}{9-2} = 6.61$

Значимість коефіцієнта кореляції за допомогою t – критерію Стюдента:

$t = 7.45\sqrt{\frac{9-2}{1-2.72}} = 14.9$

8.2. Регресійний аналіз

Вивчення кореляційного зв'язку між ознаками починається з регресійного аналізу, який вирішує проблему встановлення форми зв'язку, або виду рівняння регресії, та визначення параметрів рівняння регресії.

В регресійному аналізі розрізняють рівняння праної та множинної регресії. У випадку коли зв'язок із результативною ознакою *y* здійснюється з одним видом факторної ознаки *x,* та таке рівняння називається *рівнянням парної регресії.* У випадку, коли результативна ознака *y* пов'язана з декількома видами факторних ознак x_i, то така залежність називається *рівняння множинної регресії.*

Рівняння є лінійним відносно факторної ознаки *x* і лінія регресії, яка відповідає функції такого виду, буде прямою; рівняння квадратичне, гіперболічне, логарифмічне, степеневе – нелінійні, тому лінії регресії будуть параболою, гіперболою, степеневою лінією.

На основі методу найменших квадратів формується система нормальних рівнянь, склад яких залежить від виду рівняння регресії.

Стосовно парного *лінійного рівняння і квадратичного рівняння* система нормальних рівнянь має такий вигляд: $y = a_0 + a_1 x$

$$\begin{cases} a_0 n + a_1 \sum x = \sum y; \\ a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 = \sum xy. \end{cases}$$

де *n* – кількість одиниць сукупності (тобто заданих пар значень *x* та y).

Розв'язавши цю систему, знаходимо такі значення параметрів:

$$a_0 = \frac{\sum y \sum x^2 - \sum xy \sum x}{n\sum x^2 - \left(\sum x\right)^2},$$

$$a_1 = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n\sum x^2 - \left(\sum x\right)^2}$$

Використавши рівняння регресії, можна знайти теоретичне значення Y для будь – якого значення факторної ознаки *x*.

Для оцінки впливу факторної ознаки на результативну може розраховуватись *коефіцієнт еластичності* в середньому для усієї сукупності:

$$K_e = a_1 \cdot \frac{\bar{X}}{\bar{y}}$$

де $\bar{x}$, $\bar{y}$ - середні величини фактичних даних відповідно за факторною та результативною ознаками в цілому для сукупності.

Коефіцієнт еластичності показує, на скільки процентів зміниться функція зі зміною певного фактора на 1% за умови фіксованого значення інших факторів.

Якщо використовується *параболічний вид рівняння регресії* , який відповідає параболічній залежності між ознаками, його лінеаризацію здійснимо заміною факторної ознаки: $x_1 = x^2$. В цьому випадку система нормальних рівнянь відносно невідомих параметрів a_0, a_1 запишеться у вигляді подібному до лінійного, але з заміною x та x_1.

$$\begin{cases} a_0 n + a_1 \sum x_1 = \sum y; \\ a_0 \sum x_1 + a_1 \sum x_1^{\,2} = \sum x_1 y. \end{cases}$$

Параметри a_0 та a_1 розраховуються за вищезазначеними формулами, в яких замість ознаки x підставити $x_1 = x^2$.

При гіперболічному виді рівняння регресії, якій відповідає гіперболічній залежності між ознаками, лінеарізована система нормальних рівнянь відносно параметрів a_0 та a_1 запишеться у вищезазначеному вигляді, де під ознакою x_1 слід розуміти $x_1 = 1: x$. Параметри a_0 та a_1 розраховуються за вищезазначеними формулами, в яких замість ознаки x підставити $x_1 = 1: x$.

При використання *степеневого* виду рівняння регресії, що відповідає степеневій залежності між ознаками, лінеарізована система нормальних рівнянь запишеться у вигляді:

$$\begin{cases} b_0 n + a_1 \sum x_1 = \sum y_1; \\ b_0 \sum x_1 + a_1 \sum x_1^{\,2} = \sum x_1 y_1. \end{cases}$$

де $b_0 = lg\, a_0$; $x_1 = lg\, x$; $y_1 = lg\, y$;

Рішення системи відповідає вищезазначеним формулам, в яких замість x та y необхідно підставити x_1 та y_1, а замість a_0 – підставити b_0. Після розрахунку параметру b_0 із співвідношення $b_0 = lg\, a_0$ визначається значення a_0 з використанням таблиць логарифмів.

Задача 1. Обчислити параметри лінійного рівняння парної регресії між виробітком одного працівника за зміну та стажем роботи, зробити аналіз параметрів регресії за даними:

Таблиця 8.2.

Вихідні дані

Номер робітника	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Стаж роботи, років	3	5	10	14	8	2	6	9	1
Виробіток 1 працівника за зміну, шт.	110	130	200	220	150	130	140	180	100

У даному прикладі факторною ознакою *(x)* буде стаж роботи працівника; результативною *(y)* – виробіток одного працівника за зміну,шт..

Визначимо лінійне рівняння парної регресії:

$Y = a_0 + a_1 x$, де a_1, a_0 – параметри теоретичної залежності, які необхідно розрахувати.

Обчислення поведемо у таблиці:

№ п/п	x	y	x^2	xy	Y
1	3	110	9	330	36,95
2	5	130	25	650	42,67
3	10	200	100	2000	56,97
4	14	220	196	3080	67,41
5	8	150	64	1200	51,25
6	2	130	4	260	34,09
7	6	140	36	840	45,53
8	9	180	81	1620	54,11
9	1	100	1	100	31,23
Всього	58	1360	516	10080	-
В середньому	6,4	151,1	57,3	1120	-

Отримаємо розрахункові параметри за допомогою методу найменших квадратів. Визначимо систему рівнянь у вигляді:

$$\begin{cases} a_0 n + a_1 \sum x = \sum y; \\ a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 = \sum xy. \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_0 9 + a_1 58 = 1360 \\ a_0 58 + .a_1 516 = 10080 \end{cases}$$

$$a_0 = \frac{\sum y \sum x^2 - \sum xy \sum x}{n \sum x^2 - \left(\sum x\right)^2} = \frac{1360*516 - 10080*58}{9*516 - 516} = 28{,}37 \text{ ,}$$

$$a_1 = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n\sum x^2 - \left(\sum x\right)^2} = \frac{9*10080-58*1360}{9*516-516} = 2{,}86$$

$Y = a_0 + a_1 x$ = 28,37 + 2,86x

Параметр a_1 = 2,86 характеризує граничний розмір стажу працівників до виробітку. Тобто коли збільшується стаж роботи працівника на одиницю, то виробіток збільшується на 2,86 од.

Коефіцієнт еластичності $K_e = a_1 \cdot \frac{\overline{X}}{\overline{y}}$ = 2,86 * $\frac{6{,}4}{151{,}1}$ = 0,21%

На підставі коефіцієнту еластичності можна зробити висновок, що зі збільшенням стажу роботи працівника на 1% виробіток зростає на 0,21%.

? ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

1. Що таке взаємозв'язок між статистичними ознаками і як його визначає статистика?
2. У чому суть кореляційного аналізу і які завдання він вирішує?
3. Які види кореляції існують (лінійна, нелінійна, парна, множинна)?
4. Що таке коефіцієнт кореляції Пірсона і як його інтерпретують?
5. Чим відрізняються рангові коефіцієнти кореляції (Спірмена, Кендалла) від Пірсона?
6. Які графічні методи застосовують для попередньої оцінки взаємозв'язків між змінними?
7. Що таке регресійний аналіз і яка його основна мета?
8. Які відмінності між простими та множинними регресійними моделями?
9. Як визначають параметри регресійної моделі та оцінюють їх статистичну значущість?
10. Яким чином результати кореляційного та регресійного аналізу можуть використовуватись для прогнозування та прийняття управлінських рішень?
11. Які обмеження та потенційні помилки слід враховувати при аналізі взаємозв'язків?
12. У яких сферах практичного застосування найбільш ефективні кореляційні та регресійні методи?

ТЕСТИ

1. Що таке кореляційний аналіз?

A. Метод вимірювання абсолютних значень показників

B. Метод визначення і оцінки взаємозв'язку між змінними

C. Метод прогнозування населення

D. Метод обчислення дисперсії

2. Коефіцієнт кореляції Пірсона показує:
A. Силу та напрямок лінійного зв’язку між двома змінними
B. Різницю між двома середніми
C. Абсолютну зміну показника
D. Середнє відхилення

3. Які значення коефіцієнта кореляції Пірсона вказують на повну негативну залежність?
A. +1
B. 0
C. –1
D. +0,5

4. Парна кореляція визначає:
A. Зв’язок між двома змінними
B. Зв’язок між трьома і більше змінними
C. Розподіл однієї змінної
D. Темп приросту показника

5. Множинна кореляція оцінює:
A. Зв’язок між однією залежною змінною та кількома незалежними
B. Розподіл ознак у популяції
C. Лінійний тренд часу
D. Середнє арифметичне

6. Ранговий коефіцієнт кореляції Спірмена застосовують, коли:
A. Дані нормальні та лінійні
B. Дані рангові або ненормальні
C. Потрібно знайти середнє значення
D. Потрібно побудувати регресійну модель

7. Регресійний аналіз дозволяє:
A. Виявляти силу та напрямок залежності
B. Прогнозувати значення залежної змінної на основі незалежних
C. Розраховувати коефіцієнти кореляції
D. Всі відповіді правильні

8. Лінійна регресія передбачає:
A. Зв’язок у вигляді прямої лінії
B. Криволінійний тренд
C. Відсутність залежності
D. Рандомізований розподіл

9. Основна відмінність множинної регресії від простої:
A. Залежна змінна від кількох незалежних
B. Залежна змінна від однієї незалежної
C. Використовують тільки графіки
D. Обчислюють дисперсію

10. Визначення статистичної значущості параметрів регресії необхідне для:
A. Перевірки гіпотез
B. Обчислення середнього
C. Побудови графіків
D. Усереднення вибірки

11. Що показує коефіцієнт детермінації (R^2) у регресії?
A. Ступінь пояснення варіації залежної змінної незалежними змінними
B. Середнє значення залежної змінної
C. Стандартне відхилення незалежних змінних
D. Темп росту показника

12. Коефіцієнт кореляції r = 0 свідчить про:
A. Повну позитивну залежність
B. Повну негативну залежність
C. Відсутність лінійного зв’язку
D. Середнє значення

13. Основна мета кореляційно-регресійного аналізу:
A. Вимірювання абсолютних величин
B. Оцінка і прогнозування взаємозв’язків між змінними
C. Порівняння середніх
D. Виявлення дисперсії

14. Які графіки використовують для попередньої оцінки взаємозв’язків?

A. Гістограми
B. Діаграми розсіювання
C. Лінійні графіки
D. Столбчасті діаграми

15. Регресійний аналіз застосовується для:
A. Прогнозування економічних та соціальних показників
B. Виявлення статистично значущих залежностей
C. Оцінки впливу факторів на результативну ознаку
D. Всі відповіді правильні

ТЕМИ АНАЛІТИЧНО-ОГЛЯДОВИХ ЗАВДАНЬ

1. Теоретичні основи кореляційного аналізу та його застосування.
2. Методи обчислення коефіцієнтів кореляції: Пірсон, Спірмен, Кендалл.
3. Регресійний аналіз як метод оцінки причинно-наслідкових зв’язків.
4. Лінійна та множинна регресія: принципи побудови і застосування.
5. Інтерпретація результатів кореляційно-регресійного аналізу у соціально-економічних дослідженнях.
6. Використання графічних методів у вивченні взаємозв’язків.
7. Статистична значущість та обмеження кореляційно-регресійного аналізу.
8. Практичне застосування кореляційно-регресійного аналізу у фінансах та маркетингу.

ЗАДАЧІ

Задача 1. Коефіцієнт кореляції Пірсона

Дані про доходи та витрати 5 домогосподарств (тис. грн):

| Доходи (X) | 50 | 60 | 55 | 70 | 65 |

| Витрати (Y)| 30 | 35 | 33 | 40 | 38 |

Завдання:

1. Обчислити коефіцієнт кореляції Пірсона.
2. Інтерпретувати результат.

Задача 2. Ранговий коефіцієнт Спірмена

Ранги 6 студентів за оцінками з математики та фізики:

Студент	Математика (X)	Фізика (Y)
1	1	2

2	2	1
3	3	3
4	4	5
5	5	4
6	6	6

Завдання:Обчислити ранговий коефіцієнт Спірмена та оцінити силу взаємозв’язку.

Задача 3. Проста лінійна регресія

Дані про рекламу (X, тис. грн) та продажі (Y, тис. од.) за 5 місяців:

| X | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |

| Y | 10 | 15 | 20 | 22 | 27 |

Завдання:

1. Побудувати рівняння лінійної регресії Y = a + bX.
2. Зробити прогноз продажів при X = 12.

Задача 4. Множинна регресія

Залежність обсягу продажів Y від реклами X1 та ціни X2:

Місяць	**X1 (реклама)**	**X2 (ціна)**	**Y (продажі)**
1	2	10	15
2	3	9	18
3	4	8	21
4	5	7	25

Завдання:

1. Побудувати рівняння множинної регресії Y = a + b1X1 + b2X2.
2. Інтерпретувати коефіцієнти.

ТЕМА 9
ІНДЕКСНИЙ МЕТОД В АНАЛІЗІ ДИНАМІКИ ТА СТРУКТУРНИХ ЗМІН ЕКОНОМІЧНИХ ЯВИЩ

9.1. Загальне поняття про індекси.
9.2. Класифікація індексів
9.3. Індивідуальні індекси
9.4 Агрегатний індекс – основна форма загального індексу
9.5 Середньозважені індекси
9.6 Індекси змінного, постійного складу та структурних зрушень
9.7. Характеристика територіальних індексів

Ключові поняття теми: статистичний індекс, індекс, індексний метод, класифікація індексів, індивідуальні індекси, загальні індекси, агрегатний індекс, середньозважені індекси, індекс цін, індекс фізичного обсягу, індекс вартості, індекси змінного складу, індекси постійного складу, індекси структурних зрушень, територіальні індекси, база порівняння.

Мета: ознайомлення з економічною сутністю та призначенням індексів; вивчення їх класифікації та методики побудови індивідуальних, агрегатних і середньозважених індексів; формування навичок аналізу динаміки, структурних змін і територіальних відмінностей соціально-економічних показників за допомогою індексного методу.

9.1. Загальне поняття про індекси

У статистичній практиці часто виникає потреба у визначенні не тільки темпів розвитку окремого явища, а й середніх темпів розвитку кількох різнорідних явищ. Так, аналізуючи господарську діяльність підприємства, визначають як змінилися обсяг виробництва продукції, ціни реалізації, продуктивність праці порівняно з минулими роками, планом абр іншими підприємствами. Для цього використовують індекси.

Слово індекс в перекладі з латинської мови означає “показник”, “показчик”. *Індекси* – це відносні показники, які характеризують зміну

економічних явищ (процесів, об'єктів) у часі (динамічний індекс) чи у просторі (теріторіальний індекс). За допомогою індексів також проводиться порівняння з плановим завданням, прогнозом, нормативом та ін. Індекси передбачають співвідношення одного і того ж економічного явища. Тому не кожна відносна величина є індексом. Не відносяться до індексів відносні величини структури, координації, інтенсивності.

За допомогою індексів вирішуються такі **основні завдання**:

1) Характеристика загальної зміни складного соціально – економічного явища у динаміці, територіальному порівнянні, зіставленні із нормативами, планами, прогнозами;

2) Виявлення у показника складного явища впливу окремих факторів на результативний показник;

3) Вивчення динаміки середніх величин та оцінка впливу структурних зрушень на зміну середньої величини.

4) Приведення показників до порівнянних цін.

Методологія побудови та використання індексів в економіко статистичному аналізі називається *індексним методом.*

Важливою особливістю індексів є те, що їм притаманні синтетичні і аналітичні властивості. *Синтетичні* властивості індексів полягають в тому, що їх з допомогою здійснюється з'єднання (агрегування) в ціле різнорідних одиниць статистичної сукупності. *Аналітичні* властивості індексів проявляються в тому, що за допомогою індексного методу виявляється вплив факторів на зміну досліджуваного показника.

З метою вивчення динаміки складного соціально – економічного явища у часі необхідно використовувати методи, або правила побудови індексів. Використання індексів дозволяє:

- Вивчити динаміку складного соціально – економічного явища у часі;
- Виміряти вплив окремих факторів на динаміку складного показника;
- Вивчити структурні зміни та динаміку складного економічного показника;
- Виміряти співвідношення показників по різним базам порівняння;
- Перераховувати значення макроекономічних показників з фактичних цін у співставні.

Для розрахунку індексів використовуються такі *умовні позначення*:

q – кількість виготовленого (або проданого) товару (продукції) певного виду у натуральному вимірі;

p – ціна одиниці товару (продукції);

z – собівартість одиниці продукції;

t – трудомісткість або затрати робочого часу на виготовлення одиниці

певної продукції;

w – продуктивність праці (виробіток продукції на одного працюючого);

y – урожайність певної культури з 1 га;

n – розмір посівної площі під певну культуру;

«0» – порядковий знак показника базисного періоду;

«пл» – значення показника згідно з планом;

«1» – порядковий номер показника звітного періоду.

Pq – загальна вартість виготовленої або проданої продукції (товарообіг певного виду);

zq – витрати на виробництво певного виду продукції;

tq – загальні витрати робочого часу на виготовлення певного виду продукції;

yn – валовий збір певної сільськогосподарської культури.

У індексах є дві величини: одну, зміну якої вивчають при використанні індивідуальних та загальних індексів, називають *індексованою;* другу, постійну, у загальних індексах що приводить різнорідні елементи сукупності до порівнюваного виду – *сумірником* (для індексів кількісних показників) або вагою (для індексів якісних показників).

9.2. Класифікація індексів

Індекс – це відносний показник, який відображає зміну рівня явища у часі або порівнянні з базисним періодом або об’єктом. Індекси широко застосовуються для аналізу динаміки цін, виробництва, продуктивності, витрат та інших економічних показників.

2. Мета використання індексів

Метою застосування індексів є:

- ✓ кількісна оцінка змін величин у часі;
- ✓ визначення темпів зростання або зниження показників;
- ✓ порівняння розвитку різних явищ;
- ✓ аналіз структурних змін;
- ✓ прийняття економічних та управлінських рішень.

Індекси класифікують за різними ознаками:

1. За способом обчислення

1. **Абсолютні індекси** – відображають абсолютну зміну рівня показника, наприклад:

Ia=Xt−X0I_a = X_t - X_0Ia=Xt−X0

де XtX_tXt – рівень у поточному періоді, X0X_0X0 – рівень у базисному періоді.

2. **Відносні індекси** – показують відношення поточного рівня до базисного, часто виражаються у відсотках:

Ir=XtX0·100%I_r = \frac{X_t}{X_0} \cdot 100\%Ir=X0Xt·100%

2. За базисом порівняння

1. **Базисні індекси** – порівнюють показник поточного періоду з рівнем у визначеному базисному періоді.
2. **Ланцюгові індекси** – порівнюють показник поточного періоду з попереднім, дозволяють оцінювати динаміку на коротких проміжках часу.

3. За складом показників

1. **Індивідуальні індекси** – відображають зміну одного показника, наприклад, індекс цін на конкретний товар.
2. **Зведені (агрегатні) індекси** – відображають зміну сукупності показників або групи об’єктів, наприклад, індекс споживчих цін або індекс промислового виробництва.

✓ **Прості зведені індекси** – усереднення індивідуальних індексів без вагових коефіцієнтів.

✓ **Зважені зведені індекси** – індивідуальні індекси зважуються за питомою вагою об’єкта у загальному обсязі.

4. За способом агрегування

1. **Індекси цін** – відображають зміну рівня цін на товари або послуги.
2. **Індекси кількості** – характеризують зміну обсягу виробництва, продажу або споживання.
3. **Індекси вартості (вартісні)** – поєднують зміну цін та обсягів, наприклад, індекс обороту продажу.

5. За методом обчислення зведених індексів

1. **Лассерович-Шаблієва (питома вага у поточному періоді)**
2. **Пааше (ваги поточного періоду)**
3. **Ласпейреса (ваги базисного періоду)**

Ці методи дозволяють оцінити вплив цінових та об’ємних змін на зведений показник.

Індекси застосовуються для:

✓ оцінки економічної динаміки (цін, продуктивності, витрат);

✓ порівняння ефективності виробництва у різних регіонах;

✓ аналізу структурних змін у виробництві;

✓ підготовки статистичних оглядів і прогнозів.

9.3. Індивідуальні індекси

Індивідуальні індекси (і) відображають зміну в динаміці або просторі тільки одного елемента складного явища (наприклад, обсяг виробництва певного виду продукції, ціна, собівартість певного виду продукції тощо).

Таблиця 9.1.

Індивідуальні індекси та формули для їх обчислення

Назва індексів	Розрахункова формула
1.Фізичного обсягу виготовленої (проданої) продукції	$i_q = \frac{q_1}{q_0}$
2.Ціни	$i_p = \frac{p_1}{p_0}$
3.Собівартості одиниці продукції	$i_Z = \frac{Z_1}{Z_0}$
4.Трудомісткості окремого виду продукції	$i_t = \frac{t_1}{t_0}$
5.Урожайності певної культури	$i_y = \frac{y_1}{y_0}$
6.Продуктивності праці	$i_w = \frac{w_1}{w_0}$

Аналогічно, користуючись теоретико-методологічними положеннями і визначеннями, можна побудувати індивідуальні індекси і для інших показників.

Індекси можуть бути виражені у вигляді коефіцієнтів, якщо базисний рівень приймається за 1, або у вигляді відсотків, якщо базисний рівень приймається за 100.

Для обчислення індексів, що характеризують зміни явищ в часі, необхідно мати дані не менше ніж за два періоди. Період який порівнюють називають звітним, а період з яким порівнюють називається базисним.

Кожний індекс має певний економічний зміст. Так, індивідуальний індекс фізичного обсягу показує, у скільки разів змінюється фізичний обсяг продукції у звітному періоді у порівнянні з базисним (планом) або скільки відсотків становить ріст (зниження) фізичного обсягу продукції у звітному періоді у порівнянні з базисним (планом).

Індекси, як відносні показники динаміки, можуть бути *ланцюговими і базисними.* Якщо необхідно досліджувати явища за декілька періодів, то *ланцюгова* система індексів передбачає порівняння з попереднім періодом – система індексів зі змінною базою порівняння; *базисна* система індексів

передбачає порівняння явищ за різні періоди з аналогічним явищем, взятим за певний період (базою) – система індексів з постійною базою.

9.4 Агрегатний індекс – основна форма загального індексу

Розрізняють два види загальних індексів – прості (зважені) та аналітичні (незважені). Аналітичні індекси можуть мати форму агрегатних та середніх індексів.

Агрегатна форма індексу є основною формою, яка використовується для обчислення загальних індексів кількісних та якісних показників. У формулі агрегатного індексу є дві ознаки: індексована величина та вага. Індексована величина – це ознака, зміна якої вивчається. Ознака (вага) – це величина, за допомогою якої проводиться співставлення значень індексованої ознаки. Економічний зміст індексу визначає методику його розрахунку. В залежності від змісту індексованих ознак розрізняють індекси кількісних (об'ємних) ознак та індекси якісних ознак.

Індекси кількісних (об'ємних) ознак – це індекси фізичного обсягу, чисельності персоналу, кількості використаної сировини, посівних площ, тобто тих ознак, значення яких виражаються абсолютними величинами.

Індекси якісних ознак – це індекси цін, собівартості, середньої заробітної плати, середньої урожайності. При побудові формул агрегатних індексів використовують таке правило: «якщо індексована величина – якісний показник, який знаходять шляхом ділення (ціна, собівартість, урожайність іт.д.) ваги беруться звітного періоду, а якщо індексована величина – кількісний показник, який можна підсумовувати (фізичний обсяг, об'єм продукції, чисельність працівників, посівна площа) ваги беруться базисного періоду».

Продемонструємо застосування цього правила при побудові формул агрегатних індексів.

Загальний індекс цін

$$Ip = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$$

де p – індексована величина; q – вага.

Агрегатний індекс ціни показує, у скільки разів змінюється вартість продукції в результаті зміни ціни або скільки процентів становить ріст (зниження) вартості продукції через зміну цін.

Загальний індекс фізичного обсягу продукції визначається за такою формулою:

$$Iq = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0}$$

де q – індексована величина; p – вага.

Агрегатний індекс фізичного обсягу показує, у скільки разів змінюється вартість продукції в результаті змін обсягу її виробництва, або скільки процентів становить ріст (зниження) вартості продукції через зміни її фізичного обсягу.

Загальний індекс обсягу товарообороту показує зміну виробництва або реалізацію продукції в звітному періоді порівняно з базисним у фактичних цінах і визначається за формулою:

$$Ipq = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}$$

Вищенаведені індекси взаємопов'язані. Якщо загальний індекс цін перемножити на загальний індекс фізичного обсягу , отримаємо загальний індекс товарообороту у фактичних цінах.

$$Ipq = Ip * Iq = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} * \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}$$

Приклад.

Таблиця 9.2.

Дані про товарооборот окремих видів продукції на підприємстві:

Товари	Базисний період			Звітний період		
	Кількість товару,од.	Ціна, грн./од.	Товарообіг, тис.грн.	Кількість товару,од.	Ціна, грн./од.	Товарообіг, тис.грн.
	(q_0)	(p_0)	(p_0q_0)	(q_1)	(p_1)	(p_1q_1)
А	200	1600	320	300	1500	450
Б	500	1200	600	400	1236	494.4

Індивідуальні індекси

а) *ціни* (i_p):

А $$i_p = \frac{p_1}{p_0} = \frac{1500}{1600} = 0.938$$

Б $$i_p = \frac{p_1}{p_0} = \frac{1236}{1200} = 1.03$$

ціни на товар А в звітному періоді зменшилися на 6,2 %, на товар Б збільшилися на 3 %.

б) *кількості* (i_q):

А $$i_q = \frac{q_1}{q_0} = \frac{300}{200} = 1.5$$

Б $$i_q = \frac{q_1}{q_0} = \frac{400}{500} = 0.8$$

кількість реалізованих товарів А у звітному періоді збільшилося на 50 %, товарів Б - зменшилося на 20 %.

Агрегатні індекси

При визначенні загального індексу цін в агрегатній формі *Ip* як сумірниками індексованих величин p_1 і p_0 можуть застосовуватися дані про обсяг реалізованих послуг у поточному періоді q_1. При множенні q_1 на індексовані величини в чисельнику індексного співвідношення утворюється значення $\Sigma p_1 q_1$, тобто сума вартості реалізованої продукції у поточному періоді за цінами того ж поточного періоду. У знаменнику індексного відношення утворюється значення $\Sigma p_0 q_1$, тобто сума вартості реалізованої продукції у поточному періоді за цінами базисного періоду.

Агрегатна формула такого загального індексу має наступний вигляд:

$$Ip = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$$

Обчислимо агрегатний індекс цін за формулою запропонований німецьким економістом Р. Пааше. Цей індекс прийнято називати *індексом Пааше.*

Застосуємо формулу для розрахунку агрегатного індексу цін за даними таблиці

а) *ціни* (*Ip*):

$$Ip = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{450000 + 494400}{1600 * 300 + 1200 * 400} = \frac{944400}{960000} = 0.984$$

За іншого способу визначення агрегатного індексу цін як сумірниками індексованих величин p_1 і p_0 можуть застосовуватися дані про обсяг виробленої продукції у базисному періоді q_0. При цьому множення q_0 на індексовані величини в чисельнику індексного відношення утворює значення $\Sigma p_1 q_0$, тобто суму вартості проданої продукції у базисному періоді за цінами поточного періоду. У знаменнику індексного відношення утворюється значення $\Sigma p_0 q_0$, тобто сума вартості проданої продукції у базисному періоді за цінами того ж самого базисного періоду.

Агрегатна форма такого загального індексу має вигляд:

$$Ip = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}$$

Розрахунок загального індексу цін за формулою запропонований німецьким економістом Е. Ласпересом. Тому індекс цін, розрахований за цією формулою, прийнято називати *індексом Ласпереса.*

Таким чином, ці формули для розрахунку мають різні дані індексів цін. Це пояснюється тим, що індекси Пааше і Ласпереса характеризують різні якісні особливості зміни цін.

Індекс Пааше характеризує вплив зміни цін на вартість товарів і послуг, реалізованих у звітному періоді. Індекс Ласпереса показує вплив зміни цін на вартість кількості товарів і послуг, реалізованих у базисному періоді.

Застосування індексів Пааше і Ласпереса залежить від мети дослідження. Якщо аналіз проводиться для визначення економічного ефекту від зміни цін у звітному періоді порівняно з базисним, то застосовується індекс Пааше, який відображає різницю між фактичною вартістю продажу товарів і послуг у звітному періоді ($\Sigma p_1 q_1$) і розрахунковою вартістю продажу цих самих товарів і послуг за базисними цінами ($\Sigma p_0 q_1$).

б) *фізичного обсягу* (*Iq*):

$$Iq = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{480000 + 480000}{320000 + 600000} = \frac{960000}{920000} = 1.043$$

товарообіг у звітному періоді зменшився на 1,6 % за рахунок зміни цін на товари і збільшився на 4,3 % за рахунок зміни кількості продукції.

Індекс товарообігу

$$Ipq = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{944400}{920000} = 1.027$$

товарообіг збільшився на 2,7 % за рахунок зміни цін на товари і кількості товарів.

Між індексами існує зв'язок:

$$Ipq = Ip * Iq = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} * \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}$$

1,027 = 1.043 * 0,984

Аналогічно розраховують інші системи індексів, використовуючи наступні формули:

Таблиця 9.3.

Агрегатні (зведені) індекси та формули для їх обчислення

Назва індексів	Розрахункова формула
1.Фізичного обсягу виготовленої (проданої) продукції	$Iq = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0}$
2.Ціни	$Ip = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$
3.Собівартості	$Iz = \frac{\sum q_1 z_1}{\sum q_0 z_0}$
4.Урожайності певної культури	$Iy = \frac{\sum n_1 y_1}{\sum n_1 y_0}$

9.5 Середньозважені індекси

Для визначення загальних індексів цін і фізичного обсягу товарів і послуг в агрегатній формі необхідні дані про кількість окремих товарів і послуг в

натуральних вимірювачах. Але кількісний облік продажу в сучасних умовах здійснюється не завжди.

На окремих підприємствах реалізація товарів і послуг, як правило, враховується у вартісному (грошовому) вираженні. Облік продажу різних товарних різновидів у натуральних вимірювачах без застосування спеціальної електронно-обчислювальної техніки практично неможливий. Тому агрегатна форма загальних індексів тут не застосовується.

Для визначення звідних узагальнюючих показників зміни цін використовується *середня гармонічна форма* загального індексу цін, в якій на відміну від індексу Пааше знаменник перетворений:

Індекс фізичного обсягу має вигляд

$$Iq = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0}$$

Для перетворення цього індексу використаємо індивідуальний індекс фізичног обсягу:

$$i_q = \frac{q_1}{q_0}$$

$$q_1 = i_q \times q_0$$

Звідси

Змінивши у формулі агрегатного індексу фізичного обсягу продукції q_1 на $i_q q_0$,отримаємо формулу середньозваженого гармонічного індексу фізичного обсягу:

$$Ip = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1 q_1}{i_p}} \qquad Iq = \frac{\sum i_q * p_0 q_0}{\sum p_0 q_0}$$

де Ip - середньозважений гармонійний індекс ціни ;

Iq - середньозважений арифметичний індекс фізичного обсягу.

Використовуючи умову попередньої задачі, обчислимо цей індекс

а) *ціни*

$$Ip = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1 q_1}{i_p}} = \frac{450000 + 494400}{\frac{450000}{0.938} + \frac{494400}{1.03}} = 0.984$$

ціни по двох видів товару разом знизилися на 1,6 %.

б) фізичного обсягу

$$Iq = \frac{\sum i_q * p_0 q_0}{\sum p_0 q_0} = \frac{1.5 * 320000 + 0.8 * 600000}{320000 + 600000} = 1.043$$

кількість товару в цілому збільшилося на 4,3 %.

Приклад:

Таблиця 9.4.

Визначіть індивідуальний та загальний індекс фізичного обсягу продукції.

Вид продукції	Випуск продукції у лютому, тис.грн.	Зміна фізичного обсягу продукції в березні порівняно з лютим, %
А	80	+ 15,0
Б	45	-20,0
В	30	+10,0

Індивідуальні ціни визначимо за формулою:

$i_q = \frac{\text{Тр}}{100\%} = \frac{\text{Тпр}+100\%}{100\%}$

для продукції А $i_q = \frac{15+100}{100} = 1{,}15$

для продукції Б $i_q = \frac{-20+100}{100} = 0{,}80$

для продукції В $i_q = \frac{10+100}{100} = 1{,}1$

Загальний індекс фізичного обсягу:

$$Iq = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum i_q q_0 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{80 \times 1{,}15 + 45 \times 0{,}8 + 30 \times 1{,}1}{80 + 45 + 30} = 1{,}077$$

9.6 Індекси змінного, постійного складу та структурних зрушень

Індексна система аналізу часто застосовується для вивчення динаміки середніх величин. Середня величина залежить від величини варіант і складу сукупності (тобто питомої ваги окремих груп одиниць сукупності). З часом вони змінюються. Наприклад, середня ціна якогось товару (яблук) залежить від рівня цін на ринках та питомої ваги кожного ринку в продажу.

Динаміку середніх величин аналізують побудовою системи взаємозалежних індексів. Індекс, що характеризує зміну середнього рівня інтенсивного показника у цілому, називається *індексом змінного складу* ($I_{\text{зм}}$). Він дорівнює добутку індексів_співмножників, кожний з яких характеризує зміну лише одного фактора і його вплив на динаміку середньої величини. Один індекс_співмножник показує, як змінився середній рівень тільки за рахунок зміни осередненого показника (варіант) за постійної структури сукупності; він називається *індексом постійного складу* ($I_{фікс}$). Другий індекс_співмножник показує, як змінився середній рівень за рахунок зміни структури сукупності за постійних рівнів осередненого показника (варіант). Він називається *індексом структури зрушень* ($I_{\text{стр}}$).

Зв’язок між цими індексами такий:

$I_{зм} = I_{фікс} \cdot I_{стр}$

В таблиці наведено випуск продукції підприємства та витрати праці на її виробництво в 2024–2025 рр.

Таблиця 9.5.

Результати виробничої діяльності підприємства в 2024–2025 рр.

Відділ	Випуск продукції, тис.шт.		Витрати праці,осіб		Продуктивність праці, тис.грн./ особу	
	2024	2025	2024	2025	2024	2025
	w_0 t_0	w_1 t_1	t_0	t_1	w_0	w_1
1	12800	14100	90	98	142	133
2	10200	11700	82	86	124	136
3	9800	8500	70	60	140	142
Разом	32800	34300	242	244	-	-

Визначити індекси середньої продуктивності праці змінного складу, фіксованого складу, структурних зрушень, перевірити співвідношення цих індексів.

$$I_w^{з.с.} = \frac{\sum w1*t1}{\sum t1} : \frac{\sum w0*t0}{\sum to} = \frac{140,57}{135,53} = 1,03$$

$$I_w^{ф.с.} = \frac{\sum w1*t1}{\sum t1} : \frac{\sum w0*t1}{\sum t1} = 140,57 : \frac{142*98+124*86+140*60}{244} = 1,04$$

$$I_w^{с.з.} = \frac{\sum w0*t1}{\sum t1} : \frac{\sum w0*t0}{\sum to} = \frac{142*98+124*86+140*60}{244} : 135,53 = 0,99$$

$I_w^{з.с.} = I_w^{ф.с.} * I_w^{с.з.}$ 1,03= 1,04*0,99

Середня продуктивність праці по підприємству в 2025 р. у порівнянні з 2024 р. у результаті зміни тільки продуктивності праці окремих відділів виросла на 4 %.

9.7. Характеристика територіальних індексів

В практиці статистичних досліджень часто виникає потреба зіставлення рівнів економічних явищ в просторі, для чого використовують територіальні індекси.

Територіальні індекси – це узагальнюючі відносні величини, що дають порівняльну характеристику в розрізі територій або об’єктів.

При побудові територіальних індексів якісних показників вагами можуть виступати:

а) кількісний (екстенсивний) показник тієї території, на якій якісний (інтенсивний) показник найбільш економічно кращий;

б) кількісний показник однієї з двох порівнюваних територій (об'єктів);

в) середній кількісний показник з багатьох порівнюваних територій (об'єктів);

г) об'ємний кількісний показник (сума екстенсивних показників декількох територій або об'єктів);

д) кількісний показник, прийнятий за стандарт.

Особливістю цих індексів є рівноправність порівнюваних об’єктів А і В. Жоден з них не може претендувати на роль бази порівняння, а отже рівноправними слід вважати індекси як з базою порівняння А, так і з базою порівняння В:

$$I_{\frac{A}{B}} = \frac{\sum X_A f}{\sum X_B f} \qquad I_{\frac{B}{A}} = \frac{\sum X_B f}{\sum X_A f}$$

де Х – індексована величина;

f – вага (сумірник) індексованої величини.

При фіксованих значеннях ваг (сумірників) індекси I_A і I_B обернено пропорційні.

Значно складнішими є вибір варіанта зважування. Якщо товарна структура експорту за об’єктами різниться, то результати порівняння будуть неоднозначні, про що свідчать індекси, розраховані за умовними даними.

Таблиця 9.6.

Товарна маса і ціни експорту

Товар	Об’єкт *A*		Об’єкт *B*	
	Ціна, дол. США	Кількість, тис. т	Ціна, дол. США	Кількість, тис. т
К	10	100	12	300
М	7	400	5	200

$$I_{\frac{A}{B}} = \frac{\sum x_A f_A}{\sum x_B f_A} = \frac{10 \cdot 100 + 7 \cdot 400}{12 \cdot 100 + 5 \cdot 400} = \frac{3800}{3200} = 1{,}187$$

$$I_{\frac{B}{A}} = \frac{\sum x_B f_B}{\sum x_A f_B} = \frac{12 \cdot 300 + 5 \cdot 200}{10 \cdot 300 + 7 \cdot 200} = \frac{4600}{4400} = 1{,}045 .$$

Індекс цін $I_{\frac{A}{B}}$ з вагами на рівні об’єкта *A* становить 1,187. Аналогічно розрахований індекс цін $I_{\frac{B}{A}}$ з вагами на рівні об’єкта *B* — 1,045. Тобто, якщо ваги зафіксувати на рівні того об’єкта, що порівнюється, то ціни кожного з порівнюваних об’єктів виявляються вищими за ціни бази порівняння.

Щоб забезпечити однозначність висновку, застосовують спільні для обох об’єктів ваги. У нашому прикладі такою спільною вагою може бути

сумарний обсяг продажу ($f_A + f_B$). За цим варіантом зважування індекс цін $I_{\frac{A}{B}}$ становить

$$I_{\frac{A}{B}} = \frac{\sum x_A f_{(A+B)}}{\sum x_B f_{(A+B)}} = \frac{10 \cdot 400 + 7 \cdot 600}{12 \cdot 400 + 5 \cdot 600} = \frac{8200}{7800} = 1{,}051 \ .$$

$$I_{\frac{B}{A}} = \frac{\sum x_B f_{(A+B)}}{\sum x_A f_{(A+B)}} = \frac{12 \cdot 400 + 5 \cdot 600}{10 \cdot 400 + 7 \cdot 600} = \frac{7800}{8200} = 0{,}951.$$

Тобто, ціни об’єкта *A* вищі за ціни об’єкта *B* у середньому на 5,1%. Відповідно, ціни об’єкта *B* нижчі за ціни об’єкта *A* на 4,9%.

Спільною для обох об’єктів може бути середня або стандартна структура.

? ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

1. Яка роль індексного методу аналізу в економічних дослідженнях?
2. На яких принципах базується розрахунок агрегатних індексів об'ємних і якісних показників?
3. Які види середніх індексів використовуються в статистичній практиці і для рішення яких проблем ?
4. Чим пояснити різниці у величині індексу цін перемінного і фіксованого складу?
5. Що характеризує індекс впливу структурних зрушень?
6. Які правила лежать в основі використання індексів в економічному аналізі?
7. Що характеризує різниця чисельника і знаменника агрегатних індексів фізичного обсягу продукції і цін?
8. Як визначити долю впливу різноманітних факторів на зміну результативного показника?
9. Сформулюйте основні принципи оцінки абсолютного і відносного розміру впливу факторів на зміну результативного показника з використанням багатофакторних індексних моделей.
10. Як виміряти рівень інфляції?

ТЕСТИ

1. Що відображає індекс?

A. Абсолютну величину показника

B. Відносну зміну величини у часі або порівнянні об’єктів

C. Структуру сукупності

D. Середнє значення показника

2. Базисний індекс порівнює:
A. Поточний рівень з попереднім
B. Поточний рівень з визначеним базисним періодом
C. Середній рівень сукупності
D. Відхилення від тренду

3. Ланцюговий індекс порівнює:
A. Поточний рівень з базисним
B. Поточний рівень з попереднім періодом
C. Величину з середньою величиною
D. Абсолютний приріст з відносним

4. Який індекс характеризує зміну сукупності показників?
A. Індивідуальний
B. Зведений
C. Абсолютний
D. Темп зростання

5. Прості зведені індекси обчислюються:
A. Усередненням індивідуальних індексів без ваг
B. Зважуванням індивідуальних індексів
C. Відніманням рівнів показників
D. Додаванням дисперсій

6. Зважені зведені індекси обчислюються:
A. Усередненням
B. З врахуванням питомих ваг елементів
C. Розрахунком абсолютних приростів
D. Ланцюговим методом

7. Метод Ласпейреса використовує:
A. Ваги базисного періоду
B. Ваги поточного періоду
C. Середнє арифметичне
D. Випадкові вибірки

8. Метод Пааше використовує:
A. Ваги базисного періоду
B. Ваги поточного періоду

C. Усереднення індивідуальних індексів
D. Абсолютні прирости

9. Індекси цін показують:
A. Зміну обсягів виробництва
B. Зміну рівня цін
C. Зміну структури витрат
D. Темпи приросту населення

10. Індекси кількості характеризують:
A. Зміну цін
B. Зміну обсягів виробництва або споживання
C. Темпи приросту капіталу
D. Відносні відхилення від середнього

11. Який індекс комбінує зміни цін і обсягів?
A. Індекс Пааше
B. Індекс Ласпейреса
C. Вартісний індекс
D. Темп приросту

12. Базисний індекс на рівні 110% означає:
A. Падіння показника на 10%
B. Зростання показника на 10%
C. Стабільність показника
D. Неможливо оцінити

13. Ланцюговий індекс на рівні 95% свідчить про:
A. Зростання показника на 5%
B. Зниження показника на 5%
C. Стабільність показника
D. Середнє значення показника

14. Зведені індекси бувають:
A. Прості та зважені
B. Базисні та ланцюгові
C. Абсолютні та відносні
D. Цінові та кількісні

15. Основне призначення індексного методу:

A. Виявлення абсолютних величин

B. Порівняння змін показників у часі або між об’єктами

C. Побудова регресійних моделей

D. Розрахунок стандартного відхилення

ТЕМИ АНАЛІТИЧНО-ОГЛЯДОВИХ ЗАВДАНЬ

1. Класифікація індексів: базисні та ланцюгові, індивідуальні та зведені.
2. Індекси Ласпейреса та Пааше: порівняльний аналіз та застосування.
3. Методи побудови зведених індексів: прості та зважені.
4. Індекси цін та обсягів: статистичне та економічне значення.
5. Використання індексного методу у макроекономічному аналізі.
6. Розрахунок індексів у сфері споживчих цін.
7. Індекси виробництва та продуктивності праці: методи оцінки.
8. Застосування індексів у порівняльному аналізі регіонів.
9. Проблеми та похибки при обчисленні індексів.

ЗАДАЧІ

Задача 1. Базисний індекс цін

Ціна товару у 2020 році – 50 грн, у 2023 році – 60 грн.

Завдання:

1. Обчислити базисний індекс цін.
2. Інтерпретувати результат.

Задача 2. Ланцюговий індекс кількості

Обсяг виробництва продукції (тис. од.) за 3 роки: 2021 – 200, 2022 – 210, 2023 – 220. Завдання:

1. Обчислити ланцюгові індекси для 2022 та 2023 років.
2. Порівняти з базисними індексами за 2021 рік.

Задача 3. Зведений індекс цін (метод Ласпейреса)

Товари:

Товар	Ціна 2020	Ціна 2023	Обсяг 2020
A	10	12	100
B	20	24	50

Завдання:

1. Розрахувати зведений індекс цін методом Ласпейреса.
2. Інтерпретувати економічний сенс результату.

Задача 4. Зведений індекс обсягів (метод Пааше)

Товари:

Товар	Обсяг 2020	Обсяг 2023	Ціна 2023
A	100	120	12
B	50	60	24

Завдання:

1. Обчислити зведений індекс обсягів методом Пааше.
2. Пояснити зміни у вартості реалізації.

Задача 5. Абсолютний приріст та темп зростання

Обсяг виробництва: 2020 – 150 тис., 2023 – 180 тис.

Завдання:

1. Обчислити абсолютний приріст.
2. Обчислити темп зростання.

ТЕМА 10.
ВИБІРКОВИЙ МЕТОД В СИСТЕМІ СТАТИСТИЧНОГО АНАЛІЗУ ТА ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

11.1. Поняття про вибіркове спостереження
11.2. Помилки вибіркового спостереження
11.3. Основні способи формування вибіркової сукупності
11.4. Визначення необхідної чисельності вибірки

Ключові поняття теми: генеральна сукупність, вибіркове спостереження, вибіркова сукупність, простий випадковий відбір, систематичний (механічний) вибір, типовий (розшарований) відбір, серійний відбір, повторний відбір, безповторний відбір, середня помилка вибірки, гранична помилка вибірки.

Мета: Метою заняття є формування у студентів теоретичних знань і практичних навичок щодо організації та застосування вибіркового методу у статистичних дослідженнях, включно з вибором вибірки, оцінюванням параметрів популяції (середнього, дисперсії, пропорцій), визначенням похибок та побудовою інтервальних оцінок. Заняття спрямоване на розвиток умінь аналізувати репрезентативність вибірки, правильно обирати розмір і тип вибірки, а також використовувати результати вибіркових досліджень для прийняття науково обґрунтованих рішень.

10.1. Поняття про вибіркове спостереження

Статистичне спостереження являє собою реєстрацію необхідних відомостей про одиниці сукупності. У процесі статистичного спостереження обстеженню можуть підлягати всі одиниці даної сукупності або тільки окрема частина. За охопленням одиниць досліджуваної сукупності розрізняють суцільне та несуцільне спостереження. При суцільному спостереженні обстежуються всі без виключення одиниці сукупності.

У попередній главі були стисло охарактеризовані основні види спостереження та відмічено, що вибіркове спостереження є найбільш досконалий та науково обґрунтованим способом несу цільного спостереження.

Практика статистичних робіт підтверджує, що в окремих випадках проведення суцільного спостереження є обов'язковою вимогою сьогодення.

Іноді технологія виміру статистичного показника пов'язана з пошкодженням або знищенням самих одиниць сукупності, що робить безрезультатним спостереження цих одиниць. Тільки використання вибіркового методу з мінімальною часткою відбору одиниць сукупності для проведення обстеження із складу генеральної сукупності може бути практично прийнятно в подібних випадках. Прикладом може слугувати лабораторне визначення схожості насіння, дегустація продукції, перевірка консервів на доброякісність та ін.

У випадках, коли можливий вибір між суцільним та вибірковим спостереженням, зазвичай надають перевагу **вибірковому спостереженню**, оскільки воно має ряд суттєвих переваг.

1. Економічність та раціональне використання ресурсів

Вибіркове спостереження дозволяє отримати достовірні результати за рахунок аналізу лише частини сукупності, що значно зменшує витрати часу, фінансів та людських ресурсів порівняно з суцільним обстеженням.

2. Скорочення часу проведення дослідження

Оскільки аналізується не вся популяція, вибіркове спостереження дозволяє швидко отримати необхідні статистичні показники і оперативно приймати управлінські рішення, що особливо важливо в умовах динамічних ринків та швидкозмінного середовища.

3. Можливість глибокого та якісного аналізу

Зменшений обсяг об'єкта дослідження дозволяє приділити більше уваги деталям, застосовувати більш складні методи збору та обробки даних, проводити додаткові перевірки та уточнення.

4. Зниження навантаження на дослідника та респондентів

Менший обсяг даних зменшує ризик помилок при зборі та обробці інформації, а також знижує стрес та втому респондентів, що підвищує якість отриманої інформації.

5. Репрезентативність та надійність результатів

При правильному визначенні розміру та способу відбору вибірка може забезпечити достовірне відображення характеристик усієї сукупності. Використання статистичних методів дозволяє оцінювати похибки та робити обґрунтовані висновки про всю популяцію.

6. Гнучкість та можливість багаторазового застосування

Вибіркове спостереження легко адаптувати до різних цілей і умов дослідження, а також повторювати його для різних періодів часу без значного збільшення витрат.

Всі ці фактори мають важливе, а іноді і визначальне значення при визначенні виду статистичного спостереження.

Вибіркове спостереження – це вид статистичного спостереження, який дає можливість зробити висновки про всю сукупність одиниць при обстеженні лише ii частини.

Форми та методи організації проведення вибіркового статистичного спостереження різноманітні та залежать від цілей та завдань дослідження, раціонального використання сил та засобів, допустимих похибок та інших факторів.

Переваги вибіркового спостереження у порівнянні з суцільним можуть бути реалізовані тільки при умові, що його організація відповідає науковим принципам теорії вибіркового методу.

Вибірковий метод використовується для опису явищ (процесів) суспільного життя з ймовірних позицій при використанні закону великих чисел.

Вибіркове спостереження завжди передбачає збір та обробку лише частки генеральної сукупності. Відібрана частка вивчається, а результати розповсюджуються на усю вихідну сукупність. Спостереження організовується таким чином, що відібрана частка у зменшеному масштабі представляє усю генеральну сукупність.

Загальна чисельність одиниць, із яких здійснюється відбір, називається *генеральною сукупністю*. Всі її узагальнюючі показники мають назву генеральних (середня, частка, дисперсія тощо). Вибіркова сукупність – це частина генеральної сукупності, яка відібрана за допомогою спеціальних методів з метою отримання інформації про всю сукупність досліджуваного об’єкта.

Умовні позначення статистичних характеристик генеральної і вибіркової сукупностей

Характеристика	Сукупність	
	генеральна	вибіркова
Обсяг сукупності	N	n
Середній розмір ознаки	$\bar{x}$	$\tilde{x}$
Дисперсія кількісної ознаки	$\sigma_{\bar{x}}^2$	$\sigma_{\tilde{x}}^2$
Частка елементів сукупності	p	w

10.2. Помилки вибіркового спостереження

Помилки вибірки – це розбіжності, які як правило виникають між показниками вибіркової сукупності і обчисленими показниками генеральної сукупності.

Вибіркове спостереження супроводжується наявністю двох видів помилок – помилок *реєстрації* та помилок *репрезентативності.* Помилки *реєстрації* зустрічаються як при суцільному, та і не суцільному спостереженні. Вони виникають внаслідок неточних або невірних відомостей від окремих одиниць сукупності через недосконалості вимірювальних чи обчислювальних приладів, недостатньої кваліфікації спостерігача, навмисного викривлення вхідних даних тощо. Ці помилки повинні бути виключені або зведені до мінімуму.

Помилки *репрезентативності* виникають внаслідок недотримання принципів відбору одиниць у вибірку внаслідок того, що досліджується частина, а не ціле. Помилка репрезентативності завжди має закономірний характер. Її важко виявити та усунути.

Розходження між вибірковою середньою $\tilde{x}$ і середньою по генеральній сукупності $\bar{x}$ називають помилкою репрезентативності $\Delta_{\tilde{x}}$, тобто помилкою, яка виникла внаслідок випадкового відбору одиниць з генеральної сукупності при формуванні вибірки. Помилка вибіркового спостереження для середньої величини кількісної ознаки – це не технічна, а статистична помилка. Помилка репрезентативності вказує на величину відхилення вибіркової середньої $\tilde{x}$ від середньої $\bar{x}$ по генеральній сукупності:

$$\Delta_{\tilde{x}} = |\bar{x} - \tilde{x}|,$$

де $\bar{x} = \frac{\Sigma x_i}{N}$ - середня величина ознаки в генеральній сукупності; $\tilde{x} = \frac{\Sigma x_i}{N}$ - середня величина ознаки у вибірковій сукупності.

При проведенні статистичного спостереження зареєстрована вибіркова частина сукупності за своєю структурою та складу майже завжди відрізняється від генеральної сукупності.

Аналогічно визначають помилку репрезентативності для частки альтернативної ознаки Δ_w як різницю між часткою одиниць, володіючих даною ознакою у вибірковій сукупності W, та часткою одиниць, володіючих даною ознакою в генеральній сукупності p:

$$\Delta_w = W - p$$

де p $= \frac{M}{N}$ - частка одиниць, володіючих обстежуваною ознакою в генеральній сукупності; w = $\frac{m}{n}$ - частка одиниць, володіючих обстежуваною ознакою у вибірковій сукупності.

Помилки репрезентативності поділяються на систематичні та випадкові.

Систематичні помилки репрезентативності виникають внаслідок порушення принципів проведення вибіркового спостереження. Випадкові помилки репрезентативності зумовлені тим, що вибіркова сукупність не відображає точно середні і відносні показники генеральної сукупності.

Систематичних помилок можна уникнути , але для цього потрібно суворо дотримуватися правил випадкового відбору. Випадкових помилок уникнути неможливо, вони властиві вибірковому спостереженню, виникають як наслідок того, що структура вибіркової сукупності не збігається зі структурою генеральної сукупності.

Визначення величини випадкових помилок репрезентативності є одним з головних завдань теорії вибіркового методу.

Для узагальнюючої характеристики помилки вибірки вираховують середню помилку репрезентативності, яку позначають через грецьку букву μ і називають ii стандартом.

Для визначення середньої помилки репрезентативності вибірки застосовують такі формули для повторного і безповторного відбору.

Спосіб відбору	При визначенні середньої	При визначенні частки
Повторний	$\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$,	$\mu = \sqrt{\frac{W(1-W)}{n}}$
Безповторний	$\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)}$	$\mu = \sqrt{\frac{W(1-W)}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)}$

де μ - середня помилка репрезентативності; σ^2 - середній квадрат відхилень у вибірці; n – чисельність вибіркової сукупності; N – чисельність генеральної сукупності; $\frac{n}{N}$ – частка обстеженої частини вибіркової сукупності; 1 – $\frac{n}{N}$ – необстежена частка генеральної сукупності; w – частка даної ознаки у вибірці; 1 – w – частка протилежної ознаки у вибірці.

При малій вибірці середню помилку визначають за формулою

$$\mu MB = \sqrt{\frac{\sigma}{n-1}}$$

На практиці частіше використовують безповторний відбір, який гарантує більш точні результати, оскільки при цьому відборі виключається можливість повторного обстеження одних і тих же одиниць генеральної сукупності.

Гранична помилка вибірки (Δ) – це відхилення вибіркової характеристики від генеральної, яке дозволяє встановити межі досліджуваного параметру. Вона визначається в частках середньої помилки з заданою вірогідністю.

$$\Delta = t\mu$$

де μ - середня помилка вибірки; t – нормоване відхилення, тобто показник, залежний від вірогідності Р, з якою гранична помилка визначається.

Значення Р – ступеня вірогідності (інтеграла Лапласа) для різних t розраховані у спеціальних таблицях.

P	0,683	0,866	0,950	0,954	0,988	0,990	0,997	0,999
t	1	1,5	1,96	2	2,5	2,58	3	3,5

Вірогідність, яка приймається при розрахунку вибіркової характеристики називається довірчою. Частіше всього приймається вірогідність Р = 0,950, яка означає, що тільки 5 випадків з 100 помилка може вийти за встановлені межі.

Формула граничної помилки вибірки випливає із основних положень теорії вибіркового методу, сформульованих в деяких теоремах ймовірностей, які відображають закон великих чисел.

Теоретичне обґрунтування формули граничної помилки вибірки наведено у відомій теоремі Ляпунова, згідно з якою при достатньо великій кількості незалежних спостережень в генеральній сукупності з обмеженою дисперсією ймовірність того, що розбіжність між вибірковою та генеральною середньою ($\Delta_x = \bar{x} - \tilde{x}$) не перевищує за абсолютною величиною деякого значення Δ, дорівнює інтегралу Лапласа. Відповідно, можна записати так:

$$P(|\tilde{x} - \bar{x}| = t\mu) = \Phi(t)$$

де Ф(t) – інтеграл Лапласа:

$$\Phi(t) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{t^2}{2}}\, dt$$

де π, e - математичні константи (π = 3,14; e = 2,718); $t = \frac{\tilde{x}-\bar{x}}{\sigma}$ – нормоване відхилення.

Значення цього інтеграла при різних значеннях t табульовані і приводяться в спеціальних таблицях, наприклад: для t= 1 $P(\Delta \leq \mu)$ = 0,683.Цей показник означає, що з ймовірністю 0,683 можна стверджувати, що гранична помилка вибірки не перевищить μ, тобто в 68,3% випадків помилка репрезентативності не вийде за межі ± μ. Іншими словами, в 683 випадках із 1000 помилка репрезентативності не перевищить однієї величини середньої помилки.

Гранична помилка вибірки розраховується по різному при проведенні вибіркового спостереження, в залежності від видів і способів відбору. Вона дає можливість встановити, в яки межах знаходиться величина генеральної середньої або частки.

Формули для розрахунку граничної помилки випадкової і механічної вибірки можна записати таким чином:

Спосіб відбору	При визначенні середньої	При визначенні частки
Повторний	$\Delta_{\bar{x}} = t\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$	$\Delta p = t\sqrt{\frac{W(1-W)}{n}}$
Безповторний	$\Delta x = t\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)}$	$\Delta p = t\sqrt{\frac{W(1-W)}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)}$

де Δ_x -гранична помилка вибірки для середньої; Δ_p - гранична помилка вибірки для частки.

Як видно з формул, розмір граничної помилки залежить від варіації ознаки σ^2, обсягу вибірки n, частки вибірки в генеральній сукупності $\frac{n}{N}$, узятого рівня ймовірності t.

Чим більша варіація ознаки в генеральній сукупності, тим більша в середньому помилка вибірки. Залежність помилки від обсягу вибіркової сукупності обернено пропорційна. Щоб зменшити помилку вибірки вдвічі, обсяг останньої має зрости в 4 рази. При безповторному доборі помилка буде тим менша, чим більша частка обстеженої сукупності $\frac{n}{N}$. Відповідно, при суцільному спостереженні помилка репрезентативності відсутня $\Delta = 0$.

При малій вибірці гранична помилка визначається за формулою

$$\Delta МВ = t\ \mu МВ$$

де μМВ – середня помилка малої вибірки; t – нормоване відхилення.

Після розрахунку граничної помилки обчислюють *довірчий інтервал* узагальнюючої характеристики генеральної сукупності.

На підставі граничних помилок визначаються граничні значення середньої і частки в генеральній сукупності:

$\tilde{x} - \Delta x \le \bar{x} \le \tilde{x} + \Delta\tilde{x}$ – для середньої величини,

$\tilde{p} - \Delta\tilde{p} \le \bar{p} \le \tilde{p} + \Delta\tilde{p}$ – для частки.

На основі формул граничної помилки вибірки розв’язують такі завдання:

1.Визначають довірчі межі генеральної середньої і частки з прийнятою ймовірністю;

2.Визначають ймовірність того, що відхилення між вибірковими і генеральними характеристиками не перевищать визначену величину;

3.Визначають необхідну чисельність вибірки, яка із заданою ймовірністю забезпечить прийняту точність вибіркових показників.

Обсяг вибіркової сукупності можна розраховувати з врахуванням формул середньої та граничної помилок в залежності від виду вибірки

Формули розрахунку обсягу вибіркової сукупності

Спосіб відбору	При визначенні середньої	При визначенні частки
Повторний	$n = \frac{t^2\sigma^2}{\Delta^2_{\tilde{x}}}$	$n = \frac{Nt^2\sigma^2}{N\Delta_{\tilde{x}}{}^2 + t^2\sigma^2}$
Безповторний	$n = \frac{Nt^2\sigma^2}{N\Delta_{\tilde{x}}{}^2 + t^2\sigma^2}$	$n = \frac{Nt^2p(1-p)}{N\Delta_{\tilde{p}}{}^2 + t^2p(1-p)}$

Варіація σ^2 значень ознак до початку вибіркового обстеження, як правило, невідома, тому її беруть наближено із попередніх вибіркових спостережень.

Розглянемо розв'язок цих завдань для різних видів вибірок на конкретних прикладах.

Приклад 1.

Методом випадкової вибірки було взято для перевірки ваги 200 шт. виробів . В результаті було встановлено, що середня вага виробу 150г, при середньоквадратичному відхиленні 12г.

З ймовірністю 0,954 потрібно визначити границі, в яких знаходиться середня вага виробу в генеральній сукупності.

Згідно з формулою середня вага виробу в генеральній сукупності буде знаходитися в межах: $\tilde{x} - \Delta\tilde{x} \le \bar{x} \le \tilde{x} + \Delta\tilde{x}$.

Для визначення меж потрібно в першу чергу розрахувати $\Delta\tilde{x}$:

$$\Delta\tilde{x} = t\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} = 2\sqrt{\frac{12^2}{200}} = 1{,}68$$

звідси:

$$150 - 1{,}68 \le \bar{x} \le 150 + 1{,}68$$

$$148{,}32 \le \bar{x} \le 151{,}68,$$

тобто з ймовірністю 0,954 можна стверджувати, що середня вага одного виробу в генеральній сукупності буде знаходитися в межах 148,32 – 151,68.

Приклад 2. При дослідженні 200 зразків виробів, відібраних із партії у випадковому порядку, 10 виявились нестандартними. З ймовірністю 0,954 визначити межі, в яких знаходиться частка нестандартної продукції в генеральній сукупності.

Згідно з формулою частка нестандартної продукції у генеральній сукупності буде знаходитися в межах:

$$\tilde{p} - \Delta\tilde{p} \le \bar{p} \le \tilde{p} + \Delta\tilde{p}.$$

Частка нестандартної продукції у вибірці становить:

$$\tilde{p} = \frac{m}{n} = \frac{10}{200} = 0{,}05.$$

Гранична помилка частки дорівнює:

$$\Delta\tilde{p} = t\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} = 2\sqrt{\frac{0{,}05(1-0{,}05)}{200}} = 0{,}03.$$

Частка нестандартної продукції в генеральній сукупності буде знаходитися в межах:

$$0{,}05 - 0{,}03 \le \bar{p} \le 0{,}05 + 0{,}03$$
$$0{,}02 \le \bar{p} \le 0{,}08$$

тобто з ймовірністю 0,954 частка нестандартної продукції в генеральній сукупності буде знаходитися в межах 0,02 - 0,08.

Приклад 3. На хлібзаводі з кількістю робітників 500 чол. було проведене 5% дослідження віку робітників методом випадкового без повторного відбору. В результаті дослідження одержані такі дані.

Результати вибіркового дослідження

Вік робітників, років	До 30 років	30-40	40-50	50-60	60 і більше
Кількість робітників, чоловік	2	8	11	3	1

З ймовірністю 0,997 (t = 3) визначити границі, в яких знаходиться середній вік робітників хлібзаводу.

Розв'язання

Допоміжна таблиця для визначення дисперсії

Групи робітників за віком, р., x	Кількість робітників, чол., f	x'	x' f	$(x'- \bar{x}\square)^2$	$(x'- \bar{x})\square^2$ f
До 30 років	2	25	50	295,84	591,68
30-40	8	35	280	51,84	414,72
40-50	11	45	495	6,16	67,76
50-60	3	55	165	163,84	491,52
60 і більше	1	65	65	519,84	519,84
разом	25		1055		2085,52

За даними таблиці середній вік робітників становить:

$$\bar{x} = \frac{\Sigma\, x' f}{\Sigma f}$$

$$\bar{x} = \frac{2\times25+8\times35+11\times45+3\times55+1\times65}{25} = \frac{1055}{25} = 42{,}2 \text{ роки}$$

Дисперсія

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma\ |x-\bar{x}|^2\, f}{\Sigma f} = \frac{2085{,}52}{25} = 83{,}42$$

Визначимо граничну помилку вибірки:

$$\Delta x = t\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)}$$

$$\Delta x = 3\sqrt{\frac{83{,}42}{25}\times\left(1-\frac{25}{500}\right)} = 5{,}46$$

Звідси середній вік працівників коливатиметься в межах від (42,2 – 5,46) років до (42,2 + 5,46) років. Тобто: $36{,}74 \ll \bar{x} \ll 47{,}66$

10.3 Основні способи формування вибіркової сукупності

Достовірність результатів статистичного дослідження, отриманих за даними вибіркового спостереження, визначається репрезентативністю вибірки, яка залежить від способу формування вибіркової сукупності. Знаючи залежність величини помилки репрезентативності від міри варіації досліджуваної ознаки та обсягу вибірки, необхідно визначити, наскільки ці помилки пов'язані з організацією формування вибіркового спостереження.

Вибірка повинна бути організована та проведена таким чином, щоб показники результатів вибіркового спостереження виявилися максимально наближеними до відповідних показників генеральної сукупності, для того щоб мінімізувати помилки репрезентативності.

Способом відбору називається система організації відбору одиниць із генеральної сукупності.

Існує два методи відбору одиниць у вибіркову сукупність: повторний і без повторний. При *повторній* вибірці чисельність одиниць генеральної сукупності залишається незмінною, тому що кожна одиниця сукупності, яка попала у вибірку, після реєстрації знову повертається в генеральну сукупність, і вона, таким чином, зберігає рівні можливості з усіма іншими одиницями при новому відборі знову попасти у вибірку.

Безповторна – це така вибірка, при якій одиниця сукупності, що попала у вибірку, в подальших нових обстеженнях участі не приймає, тобто після першого обстеження вона не повертається в генеральну сукупність. Тому остання в процесі вибіркових спостережень постійно скорочується після кожної нової вибірки.

Оскільки повторний відбір охоплює одну і ту ж сукупність, а безповторний відбір охоплює постійно нові одиниці сукупності, тому безповторний відбір дає більш точні результати.

Повторний і безповторний методи відбору, в залежності від характеру одиниці відбору, застосовується в поєднанні з іншими видами відбору.

Простою випадковою називається така вибірка, за якої відбір одиниць з генеральної сукупності є випадковим. Частіше для цього застосовують жеребкування або таблицю випадкових чисел. Така вибірка передбачає однорідність генеральної сукупності, однакову вірогідність досяжності усіх елементів, наявність повного списку всіх елементів.

Механічна вибірка. При механічній вибірці генеральна сукупність розбивається на рівні за обсягом групи, число яких дорівнює чисельності вибірки. Потім з кожної групи вибирають по одній одиниці спостереження. Інтервали відбору визначаються у відповідності з часткою відбору одиниць (кожна п'ята, десята, сота і т.д.). Наприклад, відбір кожної десятого (двадцятого) виробу, або для проведення телефонного опитування з бази даних постійних споживачів відбирається кожне десяте (двадцяте і т.д.) прізвище.

За *типової вибірки* генеральну сукупність поділяють на однорідні групи за певною ознакою, райони, зони. Потім з кожної групи за одним із вказаних вище методів відбирається число одиниць, пропорційних питомій вазі групи в загальні сукупності.

За серійної (*гніздової або кластерна*) вибірки відбір одиниць проводять цілими групами (серіями, гніздами, кластерами) сукупності в межах яких обстежують всі одиниці без винятку. Серії для спостереження відбирають випадково, частіше безповторним способом механічної вибірки. По кожній групі проводиться суцільне дослідження.

Комбінованою називається така вибірка, коли комбінують два або кілька видів вибірок. Перш за все, комбінують суцільне і вибіркове спостереження. В даному випадку, за основною програмою обстежується генеральна сукупність, а за додатковою – вибіркова.

В залежності від того, як змінюється одиниця відбору, при послідовному проведенні ряду вибірок розрізняють одноступінчастий та багатоступінчастий відбір одиниць в досліджувану сукупність.

Одноступінчастою називається вибірка, коли із досліджуваної сукупності відразу відбираються одиниці або серії одиниць для безпосереднього обстеження.

Багатоступінчаста вибірка - відбір одиниць здійснюється послідовно, стадіями, кожна стадія може мати свою одиницю і спосіб формування вибіркової сукупності (наприклад, відбір економічних факультетів, відбір студентів певного курсу).

Якщо необхідні дані можна отримати на основі вивчення всіх первинно відібраних одиниць, застосовують *однофазну вибірку*, а якщо тільки на основі деякої її частини, відібраної так, що вона складає підвибірку із початково проведеної вибірки – *багатофазну*.

Багатофазна вибірка - відбір здійснюється в результаті декількох фаз, але на всіх фазах вибірки зберігається одна й та сама одиниця відбору. Фази вибірки розрізняються між собою широтою програми та обсягом вибірки. Багатофазна вибірка відрізняється від багатоступінчастої тим, що при багатофазній вибірці на кожній фазі проводиться обстеження відібраних одиниць і завжди зберігається одна і та сама одиниця відбору.

При проведенні вибіркового спостереження також існують інші види відбору: взаємопроникаючі, квантильні вибірки, спрямований вибір, моментні спостереження.

Взаємопроникаючою називається така вибірка, коли із однієї генеральної сукупності проводять одним і тим самим способом декілька незалежних вибірок. Взаємопроникаючі вибірки завжди проводять різні, незалежні один від одного дослідники, що дозволяє порівнювати підсумки за усіх частин і забезпечити взаємну перевірку їхньої роботи. Взаємопроникаючі вибірки дають незалежні одна від одної оцінки значень досліджуваної сукупності і, якщо результати різних вибірок близькі між собою, то такі оцінки дуже переконливі.

Квантильні вибірки застосовують тоді, коли виникає потреба у дослідженнях за даними суцільного спостереження за додатковою програмою. Для проведення квантильної вибірки упорядковують потрібну варіаційну ознаку і за її нагромадженими частотами будують огіву. За огівою механічним способом відбирають потрібну частину одиниць для дослідження цієї ж ознаки.

Спрямований відбір використовують тоді, коли за відомим середнім значенням ознаки в генеральній сукупності вибіркова сукупність повинна характеризувати її структуру за іншими ознаками.

Спрямований відбір передбачає проведення відбору таким чином, щоб середній розмір відібраних одиниць дорівнював середньому розміру одиниць усієї сукупності. В тому випадку, коли заміна однієї одиниці іншою призводитьдо наближеної рівності середніх генеральної і вибіркової сукупностей, вибірку вважають урівноваженою і репрезентативною за всіма іншими ознаками сукупності. Таким чином, *спрямованим відбором* називається урівноваження за однією ознакою для вибіркового дослідження інших ознак.

Моментне спостереження використовується для вивчення використання робочого часу працівниками або часу роботи устаткування. В кожний момент спостереження фіксують, чи знаходився працівник в роботі, а якщо ні, то з яких причин. Вибірковим моментним спостереженням вважають такий, що охоплює не весь час роботи цеху, а лише визначені моменти часу.

За ступенем охоплення одиниць досліджуваної сукупності існують такі види вібірки:

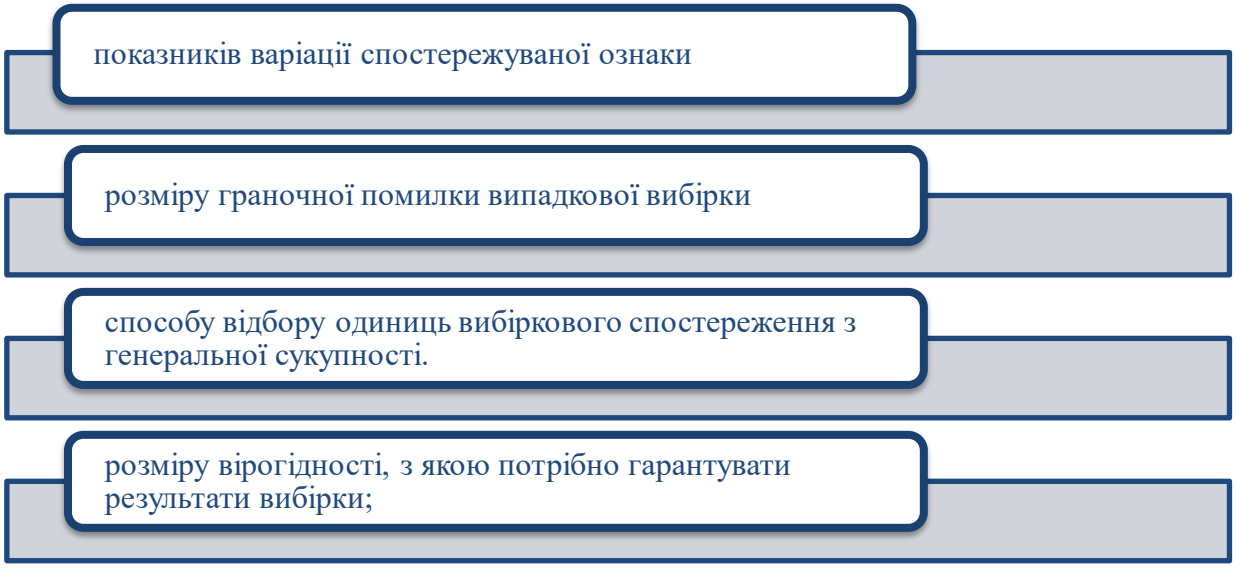
Велика вибірка – спостереження охоплює велику кількість одиниць (n > 30);

Мала вибірка – спостереження охоплює невелику кількість одиниць (n < 30). Вона використовується тоді, коли недоцільно або неможливо використовувати великі вибірки.

10.4. Визначення необхідної чисельності вибірки

Перш ніж долучитися до організації та проведення вибіркового спостереження, необхідно визначити достатній обсяг вибірки для отримання результату, при якому вибіркові оцінки репрезентували б основні властивості генеральної сукупності. Занадто великий обсяг вибірки потребує зайвих витрат, а занадто малий призведе до збільшення похибки репрезентативності. Теорія вибіркового методу дає змогу науково обґрунтувати достатній обсяг вибірки.

Необхідний обсяг вибіркового спостереження залежить від деяких факторів:



Для розрахунку необхідної кількості вибірки використаємо вищезазначені формули.

Оскільки гранична похибка вибірки визначається за формулою

$$\Delta = t\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$$

то зведемо у квадрат його обидві частини:

$$\Delta^2 = \frac{t^2\sigma^2}{n}$$

Визначимо формулу для розрахунку чисельності випадкового повторення вибіркового спостереження n:

$$n = \frac{t^2\sigma^2}{\Delta^2}$$

Необхідно відмітити, що обсяг вибірки n зростає при зменшенні розміру граничної помилки Δ та при збільшенні показника варіації ознаки σ^2 та вірогідності, яка пов'язана з показником кратності помилки t.

Формула для визначення обсягу випадкової безповоротної вибірки при обчисленні показника частки знаходиться аналогічно.

При цьому необхідно пам'ятати, що σ_w^2 = W (1- W).

У цьому випадку: $n = \frac{t^2W(1-W)N}{N\Delta^2 + t^2W(1-W)}$

Таким чином ми маємо чотири формули для визначення чисельності відповідно повторного та без повторного відбору.

Формули для обчислення випадкової вибірки

Спосіб відбору	Повторний	Безповторний
При визначенні середньої	$n = \frac{t^2\sigma^2}{\Delta^2_{\tilde{x}}}$	$n = \frac{Nt^2\sigma^2}{N\Delta^2_{\tilde{x}} + t^2\sigma^2}$
При визначенні частки	$n = \frac{t^2W(1-W)}{\Delta^2}$	$n = \frac{t^2W(1-W)N}{\Delta^2N + t^2W(1-W)}$

Умовні позначення:

n- необхідна чисельність вибірки; t- показник кратності помилки, яка пов'язана з вірогідністю; σ^2 - показник варіації (середній квадрат відхилень); Δ- розмір можливої помилки; W- частка; N- чисельність генеральної сукупності.

Особливості організації типової вибірки необхідно враховувати при визначенні необхідної чисельності вибіркової сукупності.

Формули для розрахунку вибіркової сукупності

Спосіб відбору	Повторний	Безповторний
При встановленні середнього розміру досліджуваного показника	$n = \frac{t^2\overline{\sigma^2}}{\Delta^2}$	$n = \frac{t^2\overline{\sigma^2}N}{\Delta^2N + t^2\sigma^2}$
При встановленні показника частки	$n = \frac{t^2\overline{W(1-W)}}{\Delta^2}$	$n = \frac{t^2\overline{W(1-W)}N}{\Delta^2N + t^2\overline{W(1-W)}}$

? ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

1. В чому суть і для чого використовуються вибіркові спостереження?
2. Що таке генеральна і вибіркова сукупність?
3. Визначте поняття «помилка вибірки» і «гранична помилка вибірки», «вибіркова середня» і «вибіркова частка».
4. Які схеми відбору вам відомі?

5. Які способи відбору ви знаєте?

6. Яким чином визначається помилка вибірки при різних схемах відбору?

7. Яким чином визначається необхідна чисельність вибірки?

8. Назвіть основні способи розповсюдження даних вибіркової сукупності на генеральну сукупність.

ТЕСТИ

1. Вибіркове спостереження – це:

A) загальна сукупність одиниць, з яких здійснюється відбір

B) сукупність відібраних для дослідження одиниць

C) сукупність математичних засобів та обґрунтувань, які використовують при застосуванні несуцільного обстеження

D) несуцільне спостереження, при якому статистичному дослідженню підлягають одиниці сукупності, відібрані випадковим способом

2. Вибірковий метод – це:

A) відбір, коли кожну одиницю відбирають через рівні проміжки з упорядкованої сукупності

B) сукупність відібраних для дослідження одиниць

C) сукупність математичних засобів та обґрунтувань, які використовують при застосуванні вибіркового спостереження

D) несуцільне спостереження, при якому статистичному дослідженню підлягають одиниці сукупності, відібрані випадковим способом

3. Метод відбору, при якому відібрана раніше одиниця не повертається до сукупності, з якої здійснюється подальший відбір, називається:

A) загальний

B) повторний

C) стандартний

D) без повторний

4. Спосіб відбору, коли кожну одиницю відбирають через рівні проміжки з упорядкованої генеральної сукупності, називають:

A) власне випадковий

B) типовий

C) механічний

D) серійний

5.Вид відбору окремих одиниць генеральної сукупності називається:

A) індивідуальний
B) загальний
C) груповий
D) комбінований

6. Для вивчення вмотивованості праці робітників підприємства відібрано 5 підрозділів, всі робітники яких заповнили відповідні анкети. Визначте спосіб відбору:

A) власне випадковий
B) типовий
C) механічний
D) серійний

7. При визначенні необхідної чисельності вибірки, коли дисперсія невідома, можна для частки взяти максимальне значення дисперсії:

A) $\sigma 2=0,15$
B) $\sigma 2= 0,25$
C) $\sigma 2=0,35$
D) $\sigma 2=0,55$

8. Методи відбору:

A) визначають можливість продовження участі відібраної одиниці у процедурі відбору
B) передбачають відбір окремих одиниць чи груп генеральної сукупності
C) визначають конкретну процедуру вибірки одиниць з генеральної сукупності
D) визначають необхідний обсяг вибірки

9. Загальна сукупність одиниць, з яких здійснюється відбір називається:

A) основна сукупність
B) генеральна сукупність
C) вибіркова сукупність
D) випадкова сукупність

10. Спосіб відбору, коли власне випадковим способом або механічним відбираються не окремі одиниці генеральної сукупності, а цілі групи, в яких досліджуються всі одиниці без винятку:

A) власне випадковий

B) механічний
C) типовий
D) серійний

11. Середнє квадратичне відхилення вибіркових середніх від генеральних середніх, називається:

A) помилка репрезентативності
B) середня помилка
C) помилка реєстрації
D) гранична помилка

12. Всім бажаючим покупцям супермаркету пропонується протестувати новий сорт сиру. Визначте спосіб відбору:

A) власне випадковий
B) типовий
C) механічний
D) серійний

13. При вибірковому спостереженні коефіцієнт довіри t=3 для заданого значення імовірності 0,997 означає, що:

A) в 99,7% випадків різниця між вибірковою та генеральною середньою не перевищить величини стандартної помилки вибірки
B) в 99,7% випадків різниця між вибірковою та генеральною середньою не перевищить величини граничної помилки вибірки
C) в 99,7% випадків різниця між вибірковою та генеральною середньою не перевищить потрійної величини стандартної помилки вибірки
D) в 99,7% випадків різниця між вибірковою та генеральною середньою не перевищить потрійної величини граничної помилки вибірки

14. Сукупність відібраних для дослідження одиниць називається: A) вибіркова сукупність

A) випадкова сукупність
B) генеральна сукупність
C) основна сукупність

15. Генеральною сукупністю називається:

A) сукупність відібраних для дослідження одиниць
B) загальна сукупність одиниць, з яких здійснюється відбір

C) сукупність математичних засобів та обґрунтувань, які використовують при застосуванні вибіркового спостереження

D) несуцільне спостереження, при якому статистичному дослідженню підлягають одиниці сукупності, відібрані випадковим способом

16. Вид відбору серій одиниць генеральної сукупності називається:

A) загальний
B) індивідуальний
C) груповий
D) комбінований

17. Для вивчення задоволення населення послугами житлово-комунального господарства з було випадково відібрано 10 домів, що відносяться до даного ЖКГ, всі жильці яких заповнили відповідні анкети. Визначте спосіб відбору:

A) власне випадковий
B) механічний
C) типовий
D) серійний

18. За формулою Δ= tμ визначається:

A) стандартна помилка вибірки
B) середня помилка вибірки
C) гранична помилка вибірки
D) коефіцієнт довіри

19. Для вивчення вмотивованості праці робітників підприємства з кожного підрозділу за допомогою жеребкування відібрано по 10% робітників, які заповнили відповідні анкети. Визначте спосіб відбору:

A) власне випадковий
B) типовий
C) механічний
D) серійний

20. Теоретичне нормоване відхилення для малих вибірок дістало назву критерію:

A) Джині
B) Херфіндаля
C) Лоренца

D) Ст’юдента

ТЕМИ АНАЛІТИЧНО-ОГЛЯДОВИХ ЗАВДАНЬ

1. Організація статистики в Україні та на міжнародному рівні.
2. Програмно-методологічне та організаційне забезпечення статистичного спостереження.
3. Закономірність розподілу. Характеристика центра розподілу.
4. Характеристика варіації.
5. Показники варіації.
6. Види та взаємозв'язок дисперсій.
7. Методи аналізу взаємозв'язків.
8. Види взаємозв'язків.
9. Регресійний аналіз.
10. Оцінка узгодженості варіації атрибутивних ознак.
11. Статистичні таблиці, їх значення в статистиці, види таблиць. Вимоги до побудови таблиць.
12. Аналітичне результативне та факторне групування.

ЗАДАЧІ

Задача 1. Визначення середнього значення вибірки

Маса 10 фруктів (г) з великої партії: 105, 110, 98, 102, 107, 101, 99, 103, 108, 100. Завдання:

1. Знайти середнє значення маси фруктів у вибірці.
2. Обчислити середнє відхилення від середнього значення.

Задача 2. Вибіркова дисперсія та стандартне відхилення

Розглядаємо час обслуговування клієнтів у банку (хв): 12, 15, 10, 14, 13, 11, 12, 16. Завдання:

1. Обчислити вибіркову дисперсію.
2. Обчислити стандартне відхилення вибірки.

Задача 3. Побудова випадкової вибірки

У класі 30 студентів, оцінки з математики від 1 до 12. Потрібно дослідити середній бал, але брати дані лише з 8 випадково обраних студентів.Завдання:

1. Випадково обрати 8 студентів.
2. Обчислити середній бал вибірки.
3. Порівняти його з середнім класу (за умови відомих даних).

Задача 4. Ймовірність вибірки

В коробці 50 деталей, серед яких 5 бракованих. Випадково обирають 3 деталі. Завдання:

1. Обчислити ймовірність того, що серед обраних деталей буде хоча б одна бракована.
2. Визначити ймовірність, що всі три деталі будуть справні.

Задача 5. Інтервальна оцінка середнього

Середній час виконання завдання у вибірці з 16 працівників – 12 хвилин, стандартне відхилення – 2 хвилини. Рівень довіри – 95%. Завдання:

1. Побудувати 95%-й довірчий інтервал для середнього часу виконання завдання.
2. Інтерпретувати результат у контексті всієї популяції.

Задача 6. Задача на обчислення помилки вибірки

Середня вага посилки в логістичній компанії за вибіркою з 25 посилок – 15 кг, дисперсія – 4 кг². Завдання:

1. Знайти стандартну помилку середнього.
2. Обчислити 90%-й довірчий інтервал для середньої ваги посилки.

Задача 7. Задача на вибіркове відхилення

Вибірка зарплат 12 працівників (тис. грн): 10, 12, 11, 13, 9, 12, 11, 10, 13, 14, 10, 12. Завдання:

1. Обчислити вибіркову середню зарплату.
2. Обчислити вибіркову дисперсію та стандартне відхилення.
3. Оцінити варіаційний коефіцієнт.

Задача 8. Задача на пропорції у вибірці

Опитано 200 студентів, 120 з яких задоволені навчанням. Вибірка – 50 студентів. Завдання:

1. Обчислити вибіркову пропорцію задоволених студентів.
2. Побудувати 95%-й довірчий інтервал для пропорції задоволених студентів у всій популяції.

ТЕРМІНОЛОГІЧНИЙ СЛОВНИК

Абсолютний показник - показник в формі абсолютної величини, що відображає фізичні властивості, тимчасові або вартісні характеристики соціально-економічних процесів і явищ.

Абсолютний приріст - вимірює абсолютну швидкість росту (або зниження) рівня ряду за одиницю часу (місяць, квартал, рік і т.д.). Він показує, на скільки одиниць збільшився або зменшився рівень ряду в порівнянні з базисним, тобто за той чи інший проміжок часу.

Абсолютний приріст швидкості (уповільнення) або прискорення - абсо- лютний показник, який визначає, на скільки дана швидкість більше (менше) за попередню.

Абсолютний розмір 1% приросту - абсолютний показник, який визначає, це абсолютний статистичний показник, який показує, якій абсолютній величині відповідає один відсоток приросту (або зменшення) показника у конкретному періоді. Економічний зміст цього показника показує, на скільки одиниць у натуральному або вартісному вимірі змінюється показник при зростанні на 1 %, тобто характеризує «вагу» одного відсотка зміни.

Абсолютні показники варіації - виражають показники варіації в абсолютних і відносних величинах. До абсолютних показників належать: розмах варіації; середнє арифметичне відхилення; дисперсія (середній квадрат відхилень); середнє квадратичне відхилення.

Абсциса (вісь х) - горизонтальна вісь графіка. На ній відкладаються значення незалежної змінної або часу, або значення ознаки.

Автокорреляція (гр. Autos - сам, лат. Correlation) - співвідношення, взаємодії залежність наступних рівнів ряду динаміки від попередніх.

Авторегресія (гр. Autos - сам, лат. Regressio - рух назад) - регресія, яка описувала залежність наступних рівнів ряду динаміки від перед- простують. Про якість авторегресії судять за величиною коефіцієнта автокореляції. Якщо він близький до 1, то рівняння авторегресії добре описує взаємозв'язок рівнів ряду і може використовуватися для прогнозних розрахунків.

Агрегатний індекс - складний відносний показник, який характеризує середня зміна соціально-економічного явища, що складається з несумірних елементів.

А-модель - модель Д. Аргенти, що використовується для прогнозування високого рівня фінансового ризику і ризику банкрутства.

Амортизаційний фонд - цільові накопичення, що складаються з періодично вироблених відрахувань, призначених для відновлення і відтворення основних фондів.

Амортизаційні відрахування - грошовий вираз розміру амортизації, відповідного ступеня зношування основних фондів. Чи включаються в собівартість продукції (послуг).

Амортизація (основних засобів) (від лат. Amortizatio - погашення) - розподіл вартості основних засобів за пропонованим терміну служби з метою резервування витрат по їх відновленню. Резервування здійснюється шляхом акумулювання амортизаційних відрахувань в спеціальному амортизаційному фонді або резерві. Величина амортизаційних відрахувань за рік визначаються як функція часу від вартості основних засобів.

Аналіз - метод наукового дослідження об'єкта шляхом розгляду його окремих сторін і складових частин.

Аналіз статистичний багатовимірний - розділ статистики, присвячений математичним методам побудови оптимальних планів збору та обра- лення багатовимірних статистичних даних з метою виявлення структури взаємозв'язків. Під багатовимірним ознакою розуміється р-мірний вектор X = (X1,..., Xp) в який можуть входити як кількісні, так і некількісними ознаки. Результати вимірювання p ознак на кожному з n об'єктів досліджуваної сукупності (i = 1, 2, ..., n) під час xit = (x1i, x2i, ..., xpi,) t утворюють результат- ний масив даних для проведення аналізу статистичного багатовимірного, який може розглядатися як вибірка з генеральної сукупності. Аналізується структура взаємозв'язків між компонентами багатовимірного при- знака. Основними процедурами вирішення цього завдання є кластерний аналіз, таксономія. Розроблено процедури, які поєднують аналіз структури даних і взаємозв'язків між ознаками (наприклад, дискримінантний аналіз).

Аналітична статистика - процедура оцінки характеристик сукупності за даними вибірки.

Аналітичне вирівнювання динамічного ряду проводиться за допомогою математичної формули, що відбиває загальну тенденцію ряду.

Аналітичне угруповання - угруповання, що виявляє взаємозв'язку між досліджуваними явищами та його ознаками.

Аналітичні методи планування - це моделі, засновані на процентних залежностях. Сутність таких моделей полягає в аналізі взаємозв'язків між очікуваним обсягом продажів, а також активами і фінансуванням, необхідними для його реалізації.

Анкета (фр. Enquête) - опитувальний лист для отримання будь-яких відомостей. Відповіді на запитання анкети використовуються в якості даних для узагальнень в статистичних і соціологічних дослідженнях. Анкета входить в інструментарій спостереження статистичного.

Аномальні спостереження - спостереження, характерні для нестабільних

явищ і процесів. Виявляються і коригуються за допомогою методів Ірвіна і q-статистики.

Антисипативний спосіб розрахунку процентних ставок - спосіб, при якому відсотки визначаються по відношенню до первісної суми боргу.

Ануїтет - 1) платежі, PVF сучасна вартість регулярного фінансового платежу (платежів). До таких платежів відносяться погашення кредиту, виплата боргу, внески при страхуванні, створення амортизаційного фонду і т.п .;

Асиметрія розподілу - витягнутість однієї з гілок розподілу. Виникає через різної частоти появ варіант, менших і більших моди, під впливом переважаючого дії певних факторів. Наприклад, при вивченні розподілу населення по середньому до- ходу найбільш часто зустрілося значення 1200 руб. / Чол., При цьому більш високі значення зустрілися рідше, ніж менш високі (результат впливу таких факторів, як рівень заробітної плати, утриманство).

Атрибутивний ряд розподілу - ряд, побудований за якісною ознакою.

Базисна - ціна, встановлена в момент укладення опціонної угоди, то ж, що і ціна здійснення опціону.

Баланс бухгалтерський - зведена відомість, що відображає в грошовому вираженні стан засобів підприємства як по їх складу і розміщення, так і за їхніми джерелами, цільовим призначенням і термінами повернення.

Баланс платіжний - співвідношення між сумою платежів, отриманих країною з-за кордону, і сумою платежів, здійснених нею за кордоном за певний період часу (рік, квартал, місяць). Якщо країна отримала з-за кордону платежів на більшу суму, ніж справила, баланс є активним, в протилежному випадку - пасивним.

Балансова вартість акції - це сума грошових коштів, отриманих від розміщення акцій, і накопиченого нерозподіленого прибутку.

Балансове рівняння - узагальнена запис, яка дозволяє сопоста- вити майно підприємства (його активи) з джерелами його освіти (капітал власника і зобов'язання), обчисленими в вартісному вираженні на певну дату. Об'єднує економічний зміст обліку (що враховується) і його юридичний аспект (хто має права власності на майно підприємства). Існує кілька форм записи Б.У. : активи = зобов'язання + власний капітал акціонерів;

Банківська статистика - галузь фінансової статистики, завдання якої отримання інформації для характеристики виконуваних банками функцій, розробка аналітичних матеріалів для потреб управління грошово-кредитною системою країни, перш за все кредитного та касового планування і контролю за використанням планів.

Безповторний відбір - процес формування вибіркової сукупності, при якому потрапила у вибірку одиниця в подальшій процедурі відбору не бере.

Безпосереднє спостереження - реєстратори шляхом безпосереднього виміру, зважування, підрахунку або перевірки роботи і так далі встановлюють факт, що підлягає реєстрації, і на цій основі роблять запис у формулярі спостереження.

Біссереальний коефіцієнт кореляції - оцінювання зв'язку між якісними альтернативними і кількісними змінними ознаками.

Брутто-коефіцієнт відтворення населення - середнє число дівчат, народжених однією жінкою за своє життя; визначається шляхом добутку сумарного коефіцієнта народжуваності на 0,49 (питома вага дівчаток серед народжених).

В

Вага індексу - величина, що служить для цілей порівняння індексіруе- мих величин.

Вага індексу - величина, що служить для цілей порівняння індексіруе- мих величин.

Вага індексу - величина, що служить для цілей порівняння індексіруе- мих величин.

Валова виручка - сукупна сума грошових надходжень за певний період від реалізації продукції, виконання робіт і надання послуг.

Валова додана вартість - показник результатів економічної діяльності окремих суб'єктів господарювання, галузей і секторів економіки;

Валова додана вартість (gross value added) - показник результатів економічної діяльності закладу, інституційної одиниці, галузі, сектора економіки;

Валова продукція - узагальнюючий показник обсягу виробництва підприємства в грошовому вираженні. В обчислюється по заводському методу валову продукцію входить товарна продукція, вартість надходять в переробку матеріалів замовника і зміна (плюс або мінус) залишку незавершеного виробництва, напівфабрикатів, оснащення та запасних частин до обладнання свого виробництва.

Валове нагромадження (gross capital formation) - чисте придбання ре-резидентів товарів і послуг, вироблених, але не спожитих в поточному періоді. Валове нагромадження як елемент валового внутрішнього продукту включає: валове нагромадження основного капіталу, зміну запасів матеріальних оборотних коштів, чисте придбання цінностей (ювелірні вироби, антикваріат тощо).

Валове нагромадження основного капіталу (компонент ВВП) - вкладення коштів в об'єкти основного капіталу для створення нового доходу в майбутньому шляхом використання їх у виробництві. Воно складається з

наступних компонентів: придбання за відрахуванням вибуття нових та існуючих основних фондів;

Варіанти - окремі значення ознаки, які він приймає в варіаційному ряду.

Варіаційний ряд розподілу - ряд, побудований за кількісною ознакою.

Варіація - розбіжності в значеннях тієї чи іншої ознаки у окремих одиниць, що входять в дану сукупність (див. Сукупність статистичний ська). Наприклад, студенти навчальної групи розрізняються по успішності, витрат часу на підготовку і занять, улюбленим заняттям у вільний час, зростання, статі і т.д. Для вивчення варіації використовують ряди розподілу та показники розмаху варіації.

Величина інтервалу - різниця між верхньою і нижньою межами інтервалу.

Величина нерівних інтервалів:

Вибірка (вибіркова сукупність) - сукупність, що складається з спостережуваних елементів при вибірковому статистичному дослідженні (див. На- мання статистичне). Вибірка є джерелом емпіричних відомостей про генеральної сукупності.

Вибіркова середня - середнє значення досліджуваного ознаки по вибіркової сукупності.

Вибіркова сукупність - сукупність відібраних для обследова ня одиниць.

Вибіркова частка - частка одиниць в вибіркової сукупності, що володіють певним варіантом або варіантами досліджуваного ознаки.

Вибіркове спостереження - несплошное спостереження, при якому ознаки реєструються в окремих одиниць досліджуваної статистичної сукупності, відібраних з використанням спеціальних методів, а отримані в процесі обстеження результати з певним рівнем імовірності поширюються на всю вихідну сукупність.

Вимоги до індексів міжнародних зіставлень - вимоги, що стосуються узгодженості індексів, відповідності логічно виведеним тестів аксіоматичної теорії індексів. Розрізняють такі основні вимоги: транзитивності, аддитивности, незалежності від вибору базисної країни, факторной проби.

Вирівнювання рядів динаміки - заміна вихідних даних ряду динаміки числами, що змінюються за певним законом і відображають тенденцію динаміки або постійний рівень. На графіку вихідний динамічний ряд зображується ламаною лінією, а вирівняний - плавною кривою або прямою. Вирівнювання рядів динаміки може проводиться різними методами. Найбільш поширений метод найменших квадратів. Необхідність вирівнювання рядів динаміки обумовлена наявністю коливань в ряду динаміки, відхиленнями від тренда. Вирівнювання рядів динаміки є обов'язковою умовою статистичного аналізу динаміки.

Витрати виробничі - всі види витрат, пов'язані в тій чи іншій мірі з процесом виготовлення продукції (послуг).

Витрати змінні - витрати, що змінюються пропорційно обсягам виробництва (витрати на сировину, електроенергію, паливо і т.п.). При зміні обсягу випуску продукції ця частина витрат в розрахунку на одиницю продукції практично постійна.

Витрати на кінцеве споживання (final consumption expenditure) - витрати на придбання споживчих товарів та послуг домашніми господарствами, кінцеві споживчі витрати державних установ, недержавних некомерційних організацій, що обслуговують домашні господарства.

Витрати постійні - частина витрат на виробництво продукції, яка визначається в основному витратами на обслуговування обладнання, будівель і споруд, яка не залежить від обсягу випуску продукції. При уменьшени обсягу випуску продукції ця постійна частина витрат підприємства, що відносяться на зменшений обсяг, призводить до подорожчання одиниці продукції.

Витрати прямі - витрати, що знаходяться в прямій залежності від обсягу виробництва: сировина і основні матеріали, отримані зі сторони напівфабрикати і комплектуючі вироби, основна і додаткова заробітна плата виробничих робітників і відрахування на соціальне страхування, паливо і електроенергія для технологічних цілей і т.д.

Відкриті інтервали - інтервали, у яких вказана тільки одна межа

Відносний показник - показник в формі відносної величини, що отримується як результат ділення одного абсолютного показника на інший і що відображає співвідношення між кількісними характеристиками досліджуваних процесів і явищ.

Відносні показники варіації - коефіцієнти осциляції, варіації, відносне лінійне відхилення та ін.

Відсотки авансові - відсотки, що сплачуються в момент видачі грошових коштів. Обчислюються щодо суми грошей з відсотками до нарощеної вартості.

Відсотки звичайні - відсотки, що нараховуються після закінчення певного періоду після вкладення коштів. Обчислюються щодо первісної вартості суми грошей.

Відсотки прості - відсотки, весь термін фінансової операції визначаються щодо первісної суми.

Відсотки складні - відсотки, база для визначення яких постійно змінюється за рахунок приєднання (зняття) нарахованих раніше відсотків.

Відсоток за кредит - частина новоствореної вартості, що надходить до кредитору, яка є платою позичальника за користування кредитом.

Внутрішня норма окупності інвестицій - показник ефективності

інвестиційного проекту. Дорівнює ставці дисконтування (ставки відсотка), що приводить чисту поточну цінність інвестиційного проекту в нуль.

Вторинне групування - операція по утворенню нових груп на основі раніше побудованого групування.

Г

Генеральна середня - середнє значення досліджуваного ознаки по генеральної сукупності.

Генеральна сукупність - вихідна вивчається статистична сукупність, з якої на основі відбору одиниць або груп одиниць формується сукупність вибіркова.

Генеральна частка - частка одиниць у генеральній сукупності, що володіють певним варіантом або варіантами досліджуваного ознаки.

Гіпотеза статистична - припущення про властивості статистичних характеристик сукупності (див. Сукупність статистична). Твердження про властивості генеральної сукупності, одержувані в ході вибіркового статистичного дослідження, носять характер гіпотези статистичної та вимагають спеціальної перевірки.

Гістограма розподілу - графічне зображення інтервального ряду розподілу у вигляді столбиковой діаграми. Підстава стовпчика відповідає величині інтервалу, висота - частоті (частості або щільності роз- пределеніе), якщо інтервали нерівні.

Графічний образ - сукупність точок, ліній, фігур, за допомогою яких зображуються статистичні показники.

Грошова маса - сукупний обсяг купівельних і платіжних засобів, що обслуговують господарський обіг, що належать приватним особам, підприємствам і державі (крім центрального уряду) і є зобов'язанням всієї банківської системи. Грошова маса вимірюється рядом показників грошових агрегатів: M0, Ml, M2 і ін. Грошовий агрегат M2 - найбільш універсальний показник грошової маси. Виходячи з методології Центрального банку України він визначається як сума готівки в обігу, коштів на розрахункових, поточних і спеціальних рахунках підприємств, населення і місцевих бюджетів, депозитів населення і підприємств в комерційних банках, депозитів населення до запитання в ощадних банках, коштів Держстраху (M1) з додаванням строкових депозитів населення в ощадних банках, сертифікатів.

Грошова маса в фінансовій статистиці - сукупність готівкових та безготівкових грошей фізичних і юридичних осіб, які обслуговують господарський оборот на території України. Сукупна грошова маса дорівнює сумі всіх грошових агрегатів.

Грошова система - це форма організації грошового обігу в країні, що

склалася історично і закріплена національним законодавством.

Грошовий агрегат - показник обсягу ліквідних фінансових активів, які використовуються в економіці як гроші. Різниться кілька видів грошових агрегатів, що відрізняються за ступенем ліквідності включаються в них фінансових активів.

Грошовий агрегат М0 включає абсолютно ліквідні активи - готівка в обігу.

Грошовий агрегат М1 = М0 + Кошти на розрахункових рахунках підприємств і організацій + Кошти Держстраху + Депозити населення в держбанках до запитання + Депозити населення і підприємств в комерційних банках.

Грошовий агрегат М2 (для України) - 1. Грошовий агрегат - сума готівки (в касах і на руках), рахунки до запитання (залишки коштів за вкладами до запитання в Ощадбанку і залишки коштів на поточних, розрахункових та інших банківських рахунках), а також строкові депозити в Ощадбанку і комерційних банках. 2. Грошовий агрегат М2 = М1 + Строкові депозити населення в ощадних банках.

Грошовий агрегат М3 = М2 + депозитні сертифікати + Облігації держпозики (короткострокові казначейські цінні папери). Агрегат М3 частіше називається «сукупна грошова маса».

Грошовий мультиплікатор - коефіцієнт, який служить мірою збільшення грошової маси в результаті безготівкової емісії (банківської емісії).

Грошовий потік - це розподіл руху грошових коштів підприємства в часі.

Групова статистична таблиця містить угруповання одиниць сукупності по одному - кількісному або атрибутивному - ознакою.

Групована ознака - ознака, за яким здійснюється розбиття одиниць сукупності на окремі групи.

Депозит (лат. Depositum - відкладене) - гроші або цінні папери, віддані в банк на зберігання фізичною або юридичною особою. Депозит оплачується банком, так як є джерелом утворення позикового фонду банку, що використовується для видачі кредитів, здійснення інвестицій і т.д.

Деструктивний спосіб розрахунку відсоткових ставок - нарахування відсотків по відношенню до суми погашеного боргу.

Дефлятор - індекс цін, що застосовується для перерахунку будь-яких вартісних показників, виражених в поточних (діючих) цінах, в базисні ціни, тобто в ціни року, прийнятого в якості базисного. За допомогою дефлятора обчислюється динаміка фізичного обсягу зведених економіко-статистичних показників - валового національного продукту, капітальних вкладень і ін.

Дефлятор ВВП - це загальний індекс цін, який характеризує зміну рівня цін на всі кінцеві товари та послуги, вироблені в економіці, і використовується

для переведення номінального ВВП у реальний.

Дефляція - зниження загального рівня цін в результаті зростання купівельної спроможності грошових коштів.

Дивідент - частина чистого прибутку акціонерного товариства, що розподіляється між акціонерами відповідно до наявних у них акціями.

Дисконт - різниця між майбутньою і поточною сумами грошей. На практиці: знижка з номіналу дисконтної ціни цінного паперу.

Дисконт (англ. Discount) - 1. Обліковий відсоток, що стягується банком при обліку векселів. 2. Знижка з курсу валюти при термінових готівкові операції. 3. Різниця між номіналом цінного паперу та її курсом на фондовій біржі в разі, коли останній нижче.

Дисконтна ставка - процентна ставка, що застосовується для обчислення відсотків авансів.

Дисконтування - приведення економічних показників (виручки, витрат) майбутніх років до сьогоднішньої цінності (present value). Як ставка дисконтування може використовуватися ставка банківського відсотка, темп інфляції або інший показник.

Дисконтування - прийняте в фінансовій математиці назва процедури визначення вартості грошей в більш ранній момент часу відповідно до прийнятої ставкою дисконтування.

Дисконтування комерційне (банківський облік) - дисконтування, при якому ставкою дисконтування виступає дисконтна ставка.

Дисконтування математичне - дисконтування, при якому ставкою дисконтування виступає звичайна ставка відсотків.

Дисконтуючий множник - минула вартість декількох відсоткових періодів виходячи із ставки дисконтування за ці період. Дисконтуючий множник показує, у скільки разів зменшується вартість грошей при її дисконтуванні.

Дискретний варіаційний ряд - розподіл одиниць сукупності по дискретному ознакою.

Дисперсія (лат. Dispersion - розсіювання) - характеристика ступеня розсіювання (варіації) випадкової величини x. Для кількісних змінних визначається як середній квадрат відхилень значень змінної x від її середньої величини.

Діаграма (грец. Diagramma - креслення) - креслення, наочно показує співвідношення між різними величинами. Діаграма включає зображення величин, вказівка одиниць їх вимірювання і речового змісту, часу і території, до яких вони належать, умовні позначення. Основні види діаграм: лінійні, стовпчикові, стрічкові, секторні, фігурні, радіальні.

Діаграми динаміки - лінійні, спіральні, радіальні, квадратні, кругові,

стрічкові,, секторні.

Діаграми порівняння - стовпчикові, стрічкові, спрямовані, квадратні, кругові.

Для статистичного аналізу динаміки структури використовується дві групи показників: показники, що базуються на приростах окремих ваг однойменних частин сукупності, і показники, основу яких складають темпи зростання питомої ваги. Кожна з названих груп об'єднує індивідуальні показники, що розраховуються для окремих структурних частин, і узагальнюючі показники, що розраховуються в цілому по сукупності. Як ті, так і інші можуть.

Документальний спосіб спостереження - використання в якості джерела статистичної інформації різного роду документів, як правило, облікового характеру.

Дослідження статистичне - включає збір масових даних про статистичну сукупність (статистичне спостереження), їх обробку (угруповання, звірку) і аналіз отриманих результатів з метою виявлення статистичних закономірностей.

Доцільний коефіцієнт - показник розподілу доходів населення, що характеризує ступінь перевищення мінімального середньодушового грошового доходу 10% найбільш багатої частини населення над максимальним середнім грошовим доходом 10% найменш забезпеченого населення.

Доцільність - значення ознаки, що ділять ранжувати сукупність на десять рівних частин.

Дюрація - показник середньої тривалості життя облігації; розраховується як відношення теперішньої вартості грошових потоків, зважених за відповідними моментів часу, до поточної ринкової вартості життя облігації. Грошовий показник характеризує чутливість облігації до зміни ринкової процентної ставки, а відповідно і ризикованість вкладень в облігації; чим вище показник дюрації, тим більш чутлива облігація до зміни процентної ставки і ВШЕ процентний ризик вкладень в облігацію.

Е

Еквівалентні процентні ставки - ставки дохідності, які відповідають різним способам нарахування відсотків, але забезпечують однаковий відносний дохід по операції за однаковий проміжок часу.

Економетрика - дисципліна, яка займається аналізом економічних даних і прогнозуванням економічних можливостей.

Економіка - 1) сукупність виробничих відносин, відповідних даному ступені розвитку продуктивних сил суспільства; 2) господарство району, міста, області, країни, групи країн або всього світу; 3) наукова дисципліна, що займається вивченням секторів (промисловість, сільське господарство, послуги і т.д.) і галузей (машинобудування, тваринництво, освіту і т.д.) народного

господарства, а також деяких умов і елементів виробництва (народонаселення, праця, управління і т.д.).

Економіко-статистичний аналіз - розробка методики, заснованої на широкому застосуванні традиційних статистичних і математичних методів, з метою контролю адекватного відображення досліджуваних явищ і процесів.

Економічна інтерпретація моделі - основні факти та висновки на основі розрахунку і аналізу приватних коефіцієнтів еластичності, приватного і множинного коефіцієнтів детермінації, Q-коефіцієнта.

Економічний ефект - 1) основний показник економічної ефективності проекту (підприємства, об'єкта), що відображає суму чистого прибутку за розрахунковий період, тобто різниця між економічним результатом виробництва і витратами, наведену до певного році. Використання показника супроводжується вказівкою а) розрахункового періоду, б) року приведення і в) дисконту; 2) стосовно до виробництва і реалізації одиниці (або партії) певної продукції економічний ефект визначається величиною наднормативного прибутку, тобто різницею між виручкою від продажу (В) і наведеними витратами, що виражають собівартість виробництва (С) і процентні відрахування від капіталовкладень (рК). Ефект позитивний, якщо: У - (З + рК)> 0.

Економічний результат - виражається виручкою від продажу побудованого підприємства або виробленої продукції. Якщо в результаті здійснення проекту є соціальні наслідки, то вони повинні знаходити відображення в ціні продажу підприємства або продукції і, в кінцевому рахунку, в виручці.

Економічні активи - об'єкти, на які поширюються право власності і володіння якими і використання яких протягом певного часу може приносити власнику економічну вигоду. Вони складаються з фінансових і нефінансових активів. До нефінансовим активів відносяться вироблені активи (основні фонди, матеріальні оборотні кошти та цінності) і непроізведенние активи (земля, корисні копалини, лісові ресурси; патенти, ліцензії та ін.). До фінансових активів відносяться монетарне золото і спеціальні права запозичення, готівка і депозити, цінні папери, позики, страхові технічні резерви, дебіторська і кредиторська заборгованість.

Екстраполяція - знаходження рівнів за межами досліджуваного ряду, тобто продовження ряду на основі виявленої закономірності зміни рівнів у досліджуваній відрізок часу.

Ексцес (від лат. Excessus - вихід, відступ) - (в статистиці) властивість ряду розподілу: характеристика його «крутості», тобто гостровершинності або плосковершінних (див. Асиметрія розподілу). Вимірюється спеціальним показником ексцесу. У нормальному розподілі показник ексцесу дорівнює 3.

Відхилення від цієї величини дають негативне значення ексцесу - в плосковершінних розподілах; від'ємне значення ексцесу - в гостровершинності розподілах. Гостровершинності свідчить про одно- народностей даних. На рис. показані дві криві розподілу з однаковим розмахом варіації і характером асиметрії, але різним ексцесом.

Емпіричний коефіцієнт детермінації - частка міжгруповий дисперсії в загальній дисперсії

Ентропія - міра невизначеності даних спостереження, яка може мати різні результати. Залежить від числа градацій ознаки і ймовірності кожної з них.

Ефект Гершенкрона - систематичне випередження індексом Ласпейреса індексу Пааше; названий по імені Гершенкрона - американського вченого, який один з перших описав цей феномен.

Ефективна прибутковість - річна процентна ставка, що характеризує повний відносний річний дохід за операцією із урахуванням внутрішньорічної капіталізації.

Ефективність виробництва - віддача виробничих витрат. Вимірюється за допомогою системи показників загальних і часткових. До загальних показників ефективності виробництва відносяться випуск товарної продукції на 1 грн. витрат на виробництво, прибуток на 1 грн. витрат на виробництво. До част кових показників ефективності виробництва відносяться показники віддачі окремих елементів виробництва: вироблення (товарної продукції на одного працівника), фондовіддача, оборотність оборотних коштів і т.д.

Ефективність економічна - порівняння витрат і результатів. Розрізняють ефективність абсолютну і порівняльну. Ефективність абсолютна - порівняння витрат з результатом, отриманим від цих витрат. Ефективність порівняльна - порівняння витрат і результатів різних варіантів.

Ж

Жеребкування - один з технічних способів організації випадкового відбору при формуванні вибірки. Кожній одиниці відбору приписується порядковий номер, після ретельного перемішування карток (куль і т.д.) з-залучають по одній. Загальна кількість вилучених карток визначаться розрахованим обсягом вибірки. Жеребкування може проводитися за допомогою таблиці випадкових чисел.

З

Завдання статистичного дослідження - отримання узагальнюючих показників і виявлення закономірностей соціально-економічних явищ і процесів в конкретних умовах місця і часу.

Загальна дисперсія - вимірює варіацію ознаки в усій сукупності під впливом всіх факторів, що обумовили цю варіацію.

Загальна теорія статистики - галузь статистичної науки про найбільш загальні принципи, правила і законах цифрового висвітлення соціально-економічних явищ.

Загальні коефіцієнти народжуваності і смертності - коефіцієнти, що характеризують відношення відповідно кількості народжених живими і померлих протягом календарного року до середньорічної чисельності наявного населення; вимірюються в проміле, т. е. на 1000 чоловік.

Закономірність - повторюваність, послідовність і порядок змін в явищах.

Закономірність статистична - правильність, що виявляється не в індивідуальному явище, а в масі однорідних явищ (див. Явища масо ші), при узагальненні даних статистичної сукупності. Для вивчення закономірності статистичної фундаментальне значення має закон великих чисел. У великій кількості спостережень взаємно погашаються різноспрямовані випадкові відхилення.

Закономірності розподілу - закономірності зміни частот в варіаційних рядах.

Закриті інтервали - інтервали, у яких позначені обидві кордону.

Залишкова вартість - залишкова вартість основних засобів, що визначається: а) різницею початкової (балансовою) вартості і сумою амортизації-зносу або б) чуваної виручкою від реалізації в кінці терміну служби після закінчення використання.

Залишкові потоки грошових коштів - приведена вартість грошових коштів в останньому році розрахункового періоду.

Запас фінансової міцності - це різниця між фактичним обсягом продажів і обсягом продажів, відповідним точці беззбитковості, що показує, наскільки підприємство може скоротити обсяг продажів, преж- де ніж зазнає збитків.

Зведений, або загальний, індекс - показник, що вимірює динаміку складного явища, складові частини якого безпосередньо несумірні.

Зведення - комплекс послідовних операцій по узагальненню конкретних поодиноких факторів для виявлення типових рис і закономірностей, властивих досліджуваному явищу в цілому.

Звітна одиниця - суб'єкт, від якого надходять дані про одиниці спостереження.

Звітний період - певний період в діяльності підприємства, за результатами якого складаються основні документи фінансової звітності (наприклад, звіт про прибутки і збитки). Документи фінансової звіт-ності можуть готуватися щотижня, щомісяця, щокварталу і щорічно; в них реєструються результати діяльності підприємства за цей період. Для підприємств усіх форм власності підготовка щоквартальних і щорічних звітів є обов'язковою.

Зворотній зв'язок - зі збільшенням або зменшенням значень факторної ознаки зменшується або збільшується значення результативного.

Змикання рядів динаміки - один з методів приведення несумісних рядів до порівнянним шляхом прямого перерахунку рівнів за допомогою спеціальних коефіцієнтів або відносних величин.

Зростаючий економія від масштабу - збільшення обсягу продукції більш низькими темпами, ніж збільшення витрат усіх використаних для виробництва ресурсів. Наприклад, при зростанні витрат ресурсів на 20% обсяг виробництва зростає лише на 10%.

Інексована величина - ознака, зміна якого вивчається.

Імовірність - число, що характеризує ступінь можливості настання випадкової події. Значення ймовірності лежать в інтервалі від 0 до 1;

Імовірність дожиття - один з основних показників таблиць смертності (див. Таблиця демографічна). Характеризує ймовірність дожити до наступного віку.

Індекс - відносний показник, який виражає співвідношення величин якого-небудь явища в часі, в просторі або порівняння фактичних даних з будь-яким еталоном (план, прогноз, норматив і т.д.).

Індекс (дефлятор) ВНП (ВВП) - відносний показник зміни вартісного обсягу ВНП (ВВП) за рахунок процентного фактора.

Індекс (статистичний) (лат. Index - показник) - порівняння двох станів одного і того ж явища: звітних і базисних даних. Звітні - ті, які оцінюються за допомогою індексу, базисні - база порівняння, в якості базису можуть використовуватися дані минулого періоду, планові показники, нормативи і норми, дані по іншій території. Порівняння можна проводити зазвичай у формі відносини і в формі різниці. Зазвичай в статистиці індекси засновані на відносній формі порівняння. Індекси діляться на індивідуальні та зведені.

Індекс вартості життя - показник, що характеризує зміну грошової вартості тих господарських благ, які фактично споживаються протягом відомого проміжку часу середньої сім'єю. Показує зміну грошової семи, необхідної для підтримки колишнього рівня життя, тобто при постійному споживчому наборі. У світовій статистичній практиці індекс вартості життя не розраховується; замість нього обчислюється індекс споживчих цін.

Індекс Доу-Джонса - показник поточної господарської кон'юнктури, прийнятий в статистиці США. Являє собою середню величину курсів акцій певної групи компаній різних галузей (промисловість, ж- лезнодорожний транспорт, комунальне обслуговування). Обчислюється як середня арифметична (невиважених) щоденних котирувань курсів цих компаній на момент закриття фондової біржі.

Індекс змінного складу - індекс, що виражає відношення середніх рівнів досліджуваного явища, що відносяться до різних періодів часу, наприклад, індекс змінного складу собівартості.

індекс Ласпейреса

індекс Пааше

Індекс постійного (фіксованого) складу - індекс, обчислений з вагами, зафіксованими на рівні одного будь-якого періоду, і показує зміну тільки індексованої величини, наприклад, індекс фіксованого складу собівартості продукції розраховується за формулою

Індекс споживчих цін - один з основних показників ринкової економіки, часто званий індексом вартості життя. Вимірює зміни з плином часу в вартості фіксованого споживчого кошика товарів і послуг, зазвичай використовуваних сім'ями. Кошик товарів і послуг фіксована з тим, щоб даній умові життя відповідало одне й те саме значення індексу. При такому підході зміни індексу споживчих цін можуть викликатися тільки змінами цін.

Індекс споживчих цін (ІСЦ, CPI) - зведений індекс цін фіксованого складу, характеризує динаміку витрат на постійний споживчий набір товарів і послуг за рахунок ціннісного фактора. Характеристику споживчого набору отримують за даними вибіркового обстеження бюджетів сімей. Використовується для оцінки рівня інфляції. Обчислюється зазвичай за допомогою формули Ласпейреса

Індекс структурних зрушень - індекс, що характеризує вплив зміни структури досліджуваного явища на динаміку середнього рівня цього явища.

індекс Струміліна

Індекс Фішера - індекс, який обчислюється як середня геометрична невиважена з індексів Ласпейреса і Пааше; широко застосовується в міжнародних порівняннях ВВП, тому що не залежить від вибору базисної країни

Індекс-дефлятор - відношення фактичної вартості продукції звітного періоду до вартості обсягу продукції, структура якої аналогічна структурі звітного року, а й певна в цінах базисного періоду.

Індивідуальні індекси - відносні показники, які відображають результат порівняння однотоварного явищ.

Інтервал - значення варьирующего ознаки, що лежать в певних межах.

Інтервал (лат. Intervallum - проміжок) - кількісне значення, що відділяє одну одиницю (групу) від іншої. Різниця між верхньою і нижньою межами становить величину інтервалу. Інтервал має велике значення при угрупованню даних. Застосовуються інтервали рівні, нерівні, відкриті (вказана або тільки верхня, або нижня межа), закриті (вказані обидві кордону).

Інтервальна структура - структура, що характеризує будову соціально-

економічних явищ за певні періоди часу (дні, тижні, місяці, квартали, роки).

Інтервальний варіаційний ряд - ряд, який відображає безперервну варіацію ознаки.

Інтервальний ряд динаміки - ряд числових значень певного статистичного показника, що характеризує розміри досліджуваного явища за певні проміжки (періоди, інтервали) часу.

Інтерполяція - наближений розрахунок рівнів, що лежать всередині ряду динаміки, але чомусь невідомих.

Інтерполяція (лат. Interpolatio - підновляти) - наближене обчислення відсутніх даних усередині досліджуваного інтервалу (при угрупованню або часовому інтервалі) на основі наявних даних.

Кадастр (від фр. Cadastre - лист, реєстр) - систематизований звід відомостей, що складається періодично або шляхом безперервних спостережень над відповідним об'єктом. Існують водний кадастр, земельний кадастр і т.п. Особливе значенням має земельний кадастр (ЗК) як єдина система обліку та оцінки земельного фонду країни. ЗК вводився в багатьох європейських державах насамперед для фіскальних (податкових цілей): податкового обкладення землевласників, реєстрації поземельних угод, оформлення застави земель і ін.

Картограма - на схематичну топографічну карту наноситься штрихування різної частоти, точки або забарвлення певної насиченості, яка показує порівняльну інтенсивність будь-якого показника в межах кожної одиниці нанесеного на карту територіального розподілу.Картодіаграми являє собою поєднання діаграм з географічною картою.

Квартали - значення ознаки, що ділять ранжовані сукупності на чотири рівномірні частини.

Класифікація (лат. Classis - розряд + facere - дільник) - систематичний розподіл товарів, професій, галузей, сфер діяльності і т.д. по класах залежно від їх загальних ознак (див. групування). Див. Також Аналіз статистичний багатовимірний.

Коваріація (лат. Co - спільно, variatio - зміна) - характеристика спільного зміни двох і більш ознак. Є центральним поняттям у вивченні кореляції. Коваріація кількісних ознак вимірюється твором відхилень від середніх значень (якщо відхилення від середніх за всіма ознаками збігаються за напрямком - коваріація позитивна, якщо не збігаються - негативна). Коваріація некількісних ознак вивчається на основі спільних розподілів - угруповань даних за двома і більше ознаками.

Когорта (лат. Cohors - група людей) - в статистиці сукупність людей, у яких одночасно відбулася яка-небудь демографічне або соціальна подія. Розрізняють реальні і гіпотетичні когорти.

Коефіцієнт варіації - процентне відношення середнього квадратичного відхилення до середньої величини ознаки

Коефіцієнт взаємної спряженості Пірсона - визначення тісноти зв'язку двох якісних ознак, кожен з яких складається більш ніж з двох груп.

Коефіцієнт випередження (уповільнення) - відносний показник, що характеризує порівняння динамічних рядів, що відносяться до двох просторових об'єктів (країнам, республікам і т.д.).

Коефіцієнт внутрішнього зростання - максимальний темп зростання, який підприємство може досягти без зовнішнього фінансування.

Коефіцієнт Джині - показник концентрації розподілу доходів населення, що відображає ступінь відхилення фактично сформованого розподілу доходів від лінії їх рівномірного розподілу.

Коефіцієнт інкасації - показник, що виражає відсоток очікуваних грошових надходжень від продажів у відповідному періоді часу від моменту реалізації продукції.

Коефіцієнт конкордації визначає тісноту зв'язку між довільним числом ранжируваних ознак.

Коефіцієнт Лоренца - показник соціальної нерівності. Запропоновано Отто Максом Лоренцом.

Коефіцієнт осциляції - процентне відношення розмаху варіації до середньої величини ознаки.

Коефіцієнт повних витрат (Bij) - коефіцієнт, що відображає прямі і непрямі витрати (з урахуванням всього технологічного ланцюга) продукту і на виробництво одиниці продукту j.

Коефіцієнт регресії ai показує, на скільки в середньому змінюється значення результативної ознаки при зміні факторного на одиницю власного виміру. Коефіцієнт народжуваності (% О).

Коефіцієнт реінвестування (RR) - частка доходів, які використовуються на інвестування.

Коефіцієнт стійкого зростання - максимальний темп зростання, який підприємство може підтримувати без збільшення фінансового важеля.

Коефіцієнт Чессера - модель, що дозволяє оцінити не тільки ймовірність ризику банкрутства, а й імовірність невиконання зобов'язань з погашення заборгованості по кредитах.

Коефіцієнти асоціації і контингенції визначають тісноту зв'язку двох якісних ознак, кожен з яких складається тільки з двох груп.

Коливання - зміни рівнів ряду динаміки. Вимірюються відхиленнями від середнього рівня або від рівнів вирівняного ряду динаміки (див. Вирівнювання

рядів динаміки). Розрізняють коливання періодичні і випадкові.Комбінаційна статистична таблиця містить угруповання одиниць сукупності одночасно за двома і більше ознаками.

Концентрація - нерівномірність розподілу досліджуваної ознаки всередині сукупності, не пов'язана із загальним її обсягом.

Координати лінійної діаграми - осі x і y графіка.Кошик споживча мінімальна - перелік продовольчих і непродовольчих товарів і платних послуг, відповідний мінімального споживчого бюджету (прожиткового мінімуму). Кошик споживча мінімальна використовується для побудови індексу споживчих цін і розрахунку суми компенсації різним категоріям населення у зв'язку із зростанням цін.

Кореляційний зв'язок - зміна середнього значення результативної ознаки, яке обумовлюється зміною факторних ознак. Кореляційне відношення показує зв'язок між двома ознаками.

Кореляція (лат. Correlatio - співвідношення) - статистична залежність між випадковими величинами, яка не має строго функціонального характеру, але зміна однієї з випадкових величин приводить до зміни математичного очікування інший, характеризує зв'язок між ознаками, яка виявляється не в кожному окремому випадку (строго функціонально) , а лише в середньому по сукупності. При цьому кожному значенню фактора відповідає не одне значення результату, а розподіл значень, що варіюють близько їх середньої величини. Прикладом кореляційної зв'язку є зв'язок між прибутком підприємства і розміром виробництва.

Крива Гомперца - S-подібна крива, запропонована Бенджаміном Гомперца (1799 - 1865); використовується для аналітичного вираження тенденції розвитку показника в часі (див. Тренд), що має обмежений ріст.

Крива збуту - графічне зображення залежності між рівнями цін і обсягів товарів, які можуть бути куплені при тому чи іншому рівні цін. Аналіз кривої збуту допомагає вибрати кращий рівень ціни на товар, спланувати комерційну політику фірми. Використовується в роботі служб маркетингу.

Крива логістична - крива з насиченням виду. Характеризує розвиток показника в часі, коли вкоренилася зростання на початку періоду зміняться сповільненим темпом зростання аж до повної зупинки, що на графіку відповідає відрізку кривої, паралельного осі абсцис. Використовується для опису розвитку виробництва нових товарів, зростання чисельності населення і т.д. Максимум функції відповідає параметру K; якщо K задано, то параметри a і b визначаються методом найменших квадратів. Вперше застосовувалася Адольфом Кетле (1796 - 1874) для розрахунку чисельності населення.

Крива Лоренца - крива концентрації окремих елементів статистичної

сукупності по група. Запропоновано американським статистиком і економістом Максом Отто Лоренцем (1876 - 1959). Наприклад, розподіл обсягу продукції промисловості між підприємствами різного розміру. Для одержання кривої Лоренца необхідно на осі абсцис вказати накопичені частоти (наприклад, число підприємств різного розміру), а на осі ординат - наростаючі підсумки значень группировочного ознаки (наприклад, обсяг)

Крива розподілу - графічне зображення у вигляді безперервної лінії зміни частот у варіаційному ряду, функціонально зв'язаному зі зміною варіант.

Критерій статистичний, тест статистичний - правило прийняття рішень при перевірці статистичної гіпотези за даними вибірки. Нехай у вибірці обсягів n одиниць спостерігалися значення x1, ..., xn деякої змінної. Критерій статистичний для перевірки гіпотези H0 має наступну структуру. Будується показник S = S (x1, ..., xn), що залежить від спостережуваних значень змінної (статистика критерію). Значення статистики - випадкова величина внаслідок випадкового характеру формування вибірки. Методами теорії ймовірностей будується розподіл ймовірностей для статистики S в припущенні, що гіпотеза H0 вірна. Відповідно до цього розподілу вибирається така безліч До значень статистики (критична область для гіпотези H0), що ймовірність попадання в цю область за умови H0 - досить мала величина.

Критерії згоди - особливі статистичні показники, що характеризують відповідність емпіричного і теоретичного розподілів. Відомі критерії згоди К. Пірсона, І.В. Романовського, А.Н. Колмогорова, Б.С. Ястремського.

Критична оцінка вихідних даних - повнота, якість та достовірність відповідності емпіричного матеріалу цілям та завданням дослідження.

Критичний момент (дата) - день року, годину дня, за станом на який повинна бути проведена реєстрація ознак по кожній одиниці досліджуваної сукупності.

Кумулята (кумулятивна крива) - графік ряду розподілу. На осі абсцис відкладаються значення ознаки, на осі ординат - кумулятивні (накопичені) частоти або частості. Отримане зображення згладжує випадкові коливання в розподілі частот по групах.

Лаг (англ. Lag) - зміщення в часі одних явищ в порівнянні з іншими. Наприклад, випуск фахівців вищої кваліфікації пов'язаний з прийомом до ВНЗ і слід за ним з лагом в 4 - 5 років, рівним часу навчання.

Лівостороння асиметрія Правостороння асиметрія

Маржа (фр. Marge - поле (сторінки), край) - 1. Різниця між біржовою ціною товару і максимальним розміром дозволеної під нього позики. 2. Різниця між яку йдеться в біржовому бюлетені ціною продавця і ціною покупця.

Маржинальний прибуток - це перевищення виручки від реалізації над

змінними витратами або сума постійних витрат і прибутку до виплати відсотків і податків.

Маржинальний прибуток на одиницю продукції - це перевищення продажної ціни за одиницю продукції над змінними витратами на одиницю продукції.

Масштабна шкала - лінія, окремі точки якої можуть бути прочитані як певні числа (прямолінійна або криволінійна).

Масштабні орієнтири - масштаб і система масштабних шкал.

Матриця - прямокутна таблиця числової інформації, що складається з m термін і n стовпців.

Медіана (лат. Mediana - середня). У статистиці - серединне, або центральне, значення ознаки, один з квантилів розподілу.

Мета спостереження - отримання достовірної інформації для виявлення закономірностей розвитку явищ і процесів.

Метод А-В-С - класифікація матеріальних запасів відповідно до певним показником важливості; відповідно до цього показником розподілена вся діяльність по контролю і управлінню запасами

Метод відбору - алгоритм вилучення одиниць або груп одиниць з генеральної сукупності, який реалізує принцип випадковості відбору і лежить в основі того чи іншого способу формування вибіркової сукупності (виду вибірки).

Метод Гірі-Каміса - метод багатосторонніх міжнародних співставленнь ВВП, заснований на вирішенні системи лінійних рівнянь, в результаті чого отримують середні міжнародні ціни на окремі продукти або групи продуктів, а також паритети купівельної спроможності валют різних країн по відношенню до умовної міжнародної валюти. Метод Гирі-Каміса дозволяє отримати індекси, що відповідають вимогам транзитивності, аддитивності, незалежності від вибору базисної країни.

Метод ЕКШ - метод багатосторонніх зіставлень ВВП, метою якого є отримання індексів, що відповідають вимогам транзитивності і лише в найменшій мірі відхиляються від вимоги характерності ваг.

Механічне згладжування - метод знаходження паливних рівнів ряду динаміки шляхом використання ковзних середніх. Розрізняють метод невиважених і зважених ковзних середніх.

Міжгалузевий баланс - важливий розділ СНС, за допомогою якого досліджуються міжгалузеві зв'язки, складні залежності між проміжним споживанням, кінцевим попитом і випуском галузей економіки.

Множинна регресія - модель зв'язку трьох і більше ознак. Множинний коефіцієнт кореляції відображає зв'язок між результативним і декількома факторними ознаками.

Множник нарощення - майбутня вартість 1 Д.Є. через кілька процентних періодів виходячи зі ставки нарощення за період. Множник нарощення показує, у скільки разів збільшується вартість грошей при її нарощуванні.

Мода (фр. Mode). У статистиці - значення ознаки, якому відповідав би найбільшу кількість випадків. У дискретних варіаційних рядах мода - конкретна варіанти, в інтервальних варіаційних рядах мода знаходиться в інтервалі, відповідному максимальній частоті, визначаться наближено. Мода відноситься до структурних середнім.

Мода і медіана - структурні середні. Мода - значення досліджуваного ознаки, що повторюється з найбільшою частотою. Медіана - значення ознаки, що припадає на середину ранжированої сукупності. Структурні середні можуть бути визначені по дискретним і інтегральним рядах розбраті ділення.

Модель економіко-математична- (economic-mathematical model) – модель економічного явища чи процесу, що записується за допомогою одного або декількох математичних виразів (рівнянь, функцій, нерівностей, тотожностей), які характеризують найважли- віші взаємозв'язки явищ і процесів, умови та закономірності їх розвитку, обмеження, вимоги тощо. М.е.-м. – це узагальнення суттєвої якісної і кількісної інформації щодо об'єкта аналізу, що слугує базою для проведення розрахункових експериментів, які дозволяють отримати різні, часто не спостережувані характеристики і параметри досліджуваного об'єкта для заданих умов його розвитку.

Модель імітаційна (simulation model) – 1) модель, призначена для аналізу впливу на модельовану систему змін у її структурі та зовнішніх умовах функціону- вання. При цьому розв'язуються завдання ретроспективного аналізу чи визначення спектра допустимих сценаріїв майбутнього розвитку.

На виробництві М.і. застосовується для оперативного управління, пошуку резервів і знаходження ефективних варіантів розвитку таких модельованих систем, як виробнича дільниця, цех, система перевезень і т.д. Модель у цьому випадку повинна з достатньою точністю відображати речову та інформаційну структуру й алгоритми функціонування досліджуваного об'єкта; 2) модель, яка з максимально можливою точністю відтворює реальну структуру і процедури функціонування об'єкта, що вивчається.

Моделювання макроекономічних показників статистичне– використання різних статистичних методів для економікостатистичного аналізу. Найбільш поширені – кореляційний та регресійний аналіз, що застосовуються за наявності гіпотези про існування стохастичної залежності, яка проявляється лише у великій масі явищ. У багатьох випадках аналіз може базуватися на положенні про наявність детермінованої (функціональної) залежності, між результативним показником та факторами, що його формують. Багаторічна

традиція економіко-статистичного аналізу впливу факторів на результативний показник у тих випадках, коли ця залежність може бути виражена математичною функцією у явному вигляді (найчастіше у вигляді добутку факторів чи суми добутків), призвела до того, що мето- дологію такого аналізу стали розглядати теорії статистичних індексів, а сам аналіз називають індексним факторним аналізом. У макроекономічних моделях найчастіше за результативну ознаку використовують вартість продукції, а як фактор – витрати капіталу та праці.

Моментний ряд динаміки - ряд числових значень певного статистичного показника, що характеризує розміри досліджуваного явища на певні дати, моменти часу.

Мультиколінеарності - наявність тісної залежності між факторними ознаками.

Нелінійна зв'язок - статистичний зв'язок між соціально-економічними явищами, аналітично виражена рівнянням кривої лінії (параболи, гіперболи і т.д.).

Нерелевантні витрати - витрати, які не впливають на прийняте рішення.

Несуцільне спостереження - обстеженню підлягає лише частина одиниць досліджуваної сукупності.

Неформалізовані критерії - характеристики погіршується фінансового стану, часто не мають кількісного виміру.

Носій шкали - пряма або крива лінія.

Об'єкт спостереження - статистична сукупність, в якій виникають досліджувані соціально-економічні явища і процеси.

Обсяг вибіркової сукупності - плановане або фактичне число одиниць генеральної сукупності, що відбираються для реєстрації спостережуваних ознак.

Обсяг ознаки - сумарне значення досліджуваного ознаки по всім одиницям сукупності.

Огіва - графічне зображення ряду розподілу по нагромадженим частотах (частості), співпаде з кумуляти. Іноді огива будується як «повернена» кумулята: по осі абсцис відкладаються накопичені частоти, а по осі ординат - значення ознаки. Огіви називають «графік Гальтона» на честь сера Френсіса Гальтона (1822 - 1911) - англійського вченого-натураліста, який запропонував графік кумулятивного розподілу.

Одиниця відбору - одиниця або серія одиниць (гніздо) генеральної сукупності, що підлягають відбору при формуванні вибіркової сукупності (див. Вибірка).

Одиниця спостереження - елемент об'єкта статистичного спостереження, носій ознак, що підлягають реєстрації при проведенні статистичного спостереження. Є одиницею рахунку. Одиницею спостереження можуть

виступати: сім'я або окрема людина при проведенні перепису населення; підприємство - при перепису обладнання; фермерське господарство - при перепису худоби і т.д. в залежності від об'єкта спостереження.

Одиниця спостереження - складовий елемент об'єкта спостереження, який є носієм ознак, що підлягають реєстрації.

Одиниця статистичної сукупності - кожен окремо взятий елемент даної множини, носій ознак. Залежно від цілей дослідження одиницею сукупності може виступати підприємство, людина, сім'я, фірма, верстат, виріб.

Одиниця сукупності - елемент, який утворює статистичну сукупність, носій ознак. Залежно від цілей дослідження одиницею сукупності може виступати підприємство, людина, сім'я, фірма, верстат, виріб і т.д.

Одноразова обстеження - відомості збираються про кількісні характеристики якогось явища або процесу в момент його дослідження.

Ознака - конкретне властивість одиниці статистичної сукупності. Наприклад, ознаки підприємства - обсяг виробництва, реалізована продукція, співвідношення власних і позикових коштів, витрати, чисельність працівників і т.д. Ознаки поділяються на кількісні і некількісними. Кількісні ознаки можуть бути дискретними (приймають тільки цілі значення) і безперервними, некількісними - многоварантнимі і альтернативними (приймають тільки два значення). Одиниці однієї сукупності мають один і той же набір ознак. Значення ознак варіюються (див. Варіація).

Ознака - основна відмінна риса, особливість досліджуваного явища або процесу.

Описова (дескриптивна) статистика - отримання статистичних показників, за допомогою яких узагальнюються характеристики тільки спостерігається сукупності. Завдання її полягає в тому, щоб дати стислу і концентровану характеристику досліджуваного явища.

Опитування - метод спостереження, при якому спостерігаються дані отримують за словами респондента.

Ордината (вісь у) - вертикальна вісь графіка. На ній відкладаються значення залежної змінної або рівні ряду динаміки, або частота повторення значення ознаки.

Основна тенденція (тренд) - досить плавне і стійка зміна рівня явища в часі, більш-менш вільний від випадкових коливань. Основну тенденцію можна представити або аналітично, у вигляді рівняння (моделі) тренда, або графічно.

Основне рівняння міжгалузевого балансу: X = (E - A) -1 Y - виражає співвідношення між вектором випуску галузей економіки (X), вектором кінцевого попиту (Y) і матрицею коефіцієнтів повних витрат (E - A) -1.

Оцінка статистична - показник вибірки, який вираховується для

наближеного визначення будь-якої характеристики генеральної сукупності. В якості оцінки невідомого числового параметра υ може розглядатися. Помилка точкової оцінки - випадкова величина. В якості основної характеристики точності точкової оцінки використовується так звана середня помилка (середньоквадратичне значення ξ). Для багатьох широко використовуваних оцінок середня помилка обернено пропорційна квадратному кореню з обсягу вибірки.

Парна регресія - аналітичний вираз зв'язку двох ознак.

Перцентілі - значення ознаки, що ділять ранжувати сукупність на сто рівних частин.

Підлягаючі статистичної таблиці характеризує об'єкт дослідження. У ньому дається перелік одиниць сукупності або груп досліджуваного об'єкта за істотними ознаками.

Повторний відбір - процес формування вибіркової сукупності, при якому потрапила у вибірку одиниця продовжує брати участь у подальшій процедурі відбору та може бути відібрана в вибіркову сукупність повторно.

Подія випадкове - подія, яка може наступити або не наступити при одних і тих же контрольованих умовах спостереження (випробування). Подія називається випадковою, якщо його настання можна приписати певну ймовірність (в іншому випадку подія розглядається не як випадкове, а як невизначений).

Помилка репрезентативності - розбіжність між статистичними характеристиками вибіркової і генеральної сукупностей, обумовлене порушенням принципів формування вибірки або випадковими чинниками.

Помилка спостереження - розбіжність між розрахунковим і дійсним значеннями досліджуваних величин.

Помилки спостереження статистичного - відхилення результатів статистичного спостереження від реальних даних. Помилки спостереження статистичного можуть проявлятися в недообліку одиниць спостереження, відсутності запису або в неправильному фіксуванні значення ознаки. Розрізняють помилки статистичного спостереження, випадкові (описки) і систематичні. Випадкові помилки статистичного спостереження виникають внаслідок випадкових обставин і, як правило, не мають великого впливу на результати спостереження. Систематичні помилки статистичного спостереження виникають в силу певних причин, носять спрямований характер і істотно спотворюють підсумки спостереження.

Постійні витрати - це витрати, які не змінюються при зміні обсягу виробництва або рівня діяльності. Граничні (маржинальні) витрати - це приріст витрат, пов'язаний з випуском додаткової одиниці продукції.

Поточна курсова ставка - ринкова відсоткова ставка, яка використовується при дисконтуванні грошових потоків для визначення їхньої справжньої вартості.

Поточне спостереження - реєстрація змін щодо досліджуваних явищ у міру їх настання.

Предмет статистики - кількісна сторона якісно певних масових соціально-економічних явищ і процесів, що відображаються за допомогою статистичних показників.

Присудок статистичної таблиці - система показників, якими характеризується об'єкт вивчення.

Причинно-наслідкові зв'язки - зв'язок явищ і процесів, коли зміна одного з них - веде до зміни іншого.

Програма спостереження - перелік ознак (або питань), що підлягають реєстрації в процесі спостереження.

Проста розробка присудка - показники в присудок дані паралельно один одному, без поділу на підгрупи.

Проста таблиця - таблиця, в підметі якої дається простий перелік об'єктів або територіальних одиниць.

Прості відсоткові ставки (simple interest) - застосовуються до однієї і тієї ж первісної суми грошових коштів протягом усього терміну позики.

Просторові орієнтири графіка - система координатних сіток. Проформи («заради форми») - прогнозна звітність, що включає прогнозний баланс, план прибутків і збитків, план руху грошових коштів.

Прямий зв'язок - зі збільшенням або зменшенням значень факторної ознаки збільшується або зменшується значення результативного.

Прямі витрати - витрати, які прямо включають до собівартості продукції і величина яких залежить від кількості вироблених виробів.

Ранг - порядковий номер значення ознаки, розташованого в порядку зростання або зменшення величин.

Ранжування - процедура упорядкування об'єктів вивчення, яка виконується на основі переваги значень ознаки в порядку зростання або зменшення.

Регістр - систематизований перелік (список, картотека, в тому числі і автоматизована) одиниць спостереження (підприємств, будівництв, жителів) з набором основних ознак. У регістрі відзначаються поява нових одиниць, вибуття, зміна стану окремих одиниць (наприклад, зміна форми власності підприємства, вступ людини в шлюб і т.д.). Дані регістри використовуються при організації статистичного спостереження та отримання ряду аналітичних показників.

Регістрове спостереження - форма безперервного статистичного спостереження за довготривалими процесами, мають фіксований початок, стадію розвитку та фіксований кінець.

Регресійний аналіз - аналітичний вираз зв'язку, в якому зміна однієї величини - результативної ознаки - обумовлено впливом однієї або декількох незалежних величин (чинників), а безліч всіх інших чинників, також впливають на залежну величину, приймається за постійні і середні значення.

Регресія (рівняння регресії) - математичний вираз зв'язку ознак, яке представляє собою найкращу апроксимацію зміни умовної середньої величини залежною змінною (результату) зі зміною незалежної змінної (фактора). Рівняння регресії може бути виражено різними функціями (лінійними, нелінійними). Регресія, яка описує залежність результату від одного фактора, називається парної, від декількох факторів - множинною.

Результативний ознака - ознака, що змінюється під дією факторних ознак.

Релевантні витрати - значущі витрати майбутнього періоду, які змінюються в результаті прийняття рішення.

Рента (фр. Rente) - вид доходу, регулярно одержуваного з капіталу, землі, іншої нерухомості, не пов'язаного з підприємницькою (див. Підприємництво) діяльністю (наприклад, дохід від надання в позику грошових коштів, від здачі в оренду земельної ділянки і т. д.).

Репрезентативність (фр. Representant - представник) - представництво. У вибірковому методі статистики репрезентативність - відповідність характеристик вибірки характеристикам генеральної сукупності. Якщо вибірка репрезентативна, то по її властивостям можна судити про генеральної сукупності. Через неповного охоплення генеральної сукупності дані вибірки завжди відрізняються від даних генеральної сукупності на величину помилки репрезентативності.

Респондент (опитуваний) - особа, що повідомляє відомості (усно або письмово) при опитуванні в ході статистичного спостереження.

Рівень значущості - ймовірність прийняття хибного рішення при випробуванні гіпотези статистичної, формульованій як нульова гіпотеза, тобто заперечує відмінності порівнюваних величин. Рівень значущості є помилкою першого роду, яка полягає у тому, що вірна нульова гіпотеза відкидається. Рівень значущості зазвичай приймається рівним 0,05 або 0,01. Від прийнятого рівня значущості залежить критичне значення критерію статистичного.

Рівень ряду динаміки - абсолютна (відносна, середня) величина кожного члена динамічного ряду.

Рік базовий - рік, який обирається базовим для порівняння рівня цін і

підрахунку індексів цін.

Рік приведення - рік, до якого наводяться різночасові вартісні показники (виручка, витрати, прибуток) за допомогою формули складних відсотків для забезпечення порівнянності різних показників, проектів і варіантів. Приведення може здійснюватися до будь-якого року. При приведенні до поточного (початкового) році всі показники виражаються в грошовому масштабі цього року. При приведенні грошового потоку до останнього року розрахункового періоду визначається сума чистого доходу, зменшена на поті- ри через відволікання коштів, і збільшена, на ефект використання отриманих коштів.

Розмах варіації - різниця між найбільшим і найменшим значеннями варьирующего ознаки.

Розподіл ризику - метод, при якому ризик можливої шкоди ділиться між учасниками таким чином, що можливі втрати кожного відносно невеликі.

розраховується як різниця між випуском товарів і послуг та проміжним споживанням (тобто вартістю спожитих товарів, за винятком споживання основного капіталу і споживанням в процесі виробництва ринкових послуг).

Розрізняють правосторонні і лівосторонні асиметрії розподілу.

Розрізняються два різновиди вибірки: 1) дослідження конкретної сукупності кінцевого обсягу; 2) дослідження гіпотетичної сукупності невизначеного або нескінченного обсягу.

Ряд динаміки (динамічний ряд, часовий ряд) - хронологічна послідовність значень певного статистичного показника, на- званих рівнями ряду динаміки. Кожен з рівнів відноситься до певного моменту (моментний ряд динаміки) або інтервалу часу (інтервальний ряд динаміки).

Ряд розподілу - угруповання одиниць сукупності за однією ознакою - кількісному або Некількісні (див. Сукупність статі- стіческій). У першому випадку ряд розподілу називають варіаційним рядом. Кожен ряд розподілу включає значення ознаки (варіанти), число одиниць з даними значенням ознаки (частоти).

Ряд Фур'є дає можливість виділити періодичні (сезонні) коливання, властиві динамку багатьох економічних явищ.

Сегментація ринку - розбивка покупців, ринку на окремі групи, частини (сегменти) в залежності від мотивації покупців та інших специфічних ознак.

Сезонна компонента ряду динаміки - внутрігодічной коливання, що мають більш-менш регулярний характер. Їх мірою зазвичай є індекс сезонності.

Середнє квадратичне відхилення розраховується як корінь квадратний з дисперсії. Середнє квадратичне відхилення, дисперсія та середнє лінійне відхилення можуть визначатися за формулами простої і зваженої (в залежності від вихідних даних)

Середнє лінійне відхилення - середня арифметична з абсолютних значень відхилень варіант ознаки від їх середньої.

Середній абсолютний приріст - показник, що характеризує середню абсолютну швидкість росту (або зниження) рівня за окремі періоди часу. Він показує, на скільки одиниць збільшився (або зменшився) рівень у порівнянні з попереднім в середньому за одиницю часу (в середньому щорічно, щомісяця і т.д.).

Середній індекс - індекс, обчислений як середня величина з індивідуальних індексів.

Середній показник - показник в формі середньої величини, що представляє собою узагальнену кількісну характеристику ознаки у статистичній сукупності в конкретних умовах місця і часу.

Середній темп зростання - відносний показник, виражений у формі коефіцієнта і показує, у скільки разів збільшився рівень у порівнянні з попереднім в середньому за одиницю часу (в середньому щорічно, щоквартально і т.п.).

Середній темп приросту - відносний показник, виражений у відсотках і показує, на скільки збільшився (або зменшився) рівень у порівнянні з попереднім в середньому за одиницю часу (в середньому ежегод- але, щомісяця і т.п.)

Середня величина є найбільш цінною з аналітичної точки зору і універсальною формою вираження статистичних показників. Найбільш поширена середня - середня арифметична - має низку математичних властивостей, які можуть бути використані при її розрахунку. У той же час при обчисленні конкретної середньої завжди доцільно спиратися на її логічну формулу, що представляє собою відношення обсягу ознаки до обсягу сукупності. Для кожної середньої існує тільки одне істинне вихідне співвідношення, для реалізації якого, в залежності від наявних даних, можуть знадобитися різні форми середніх. Однак у всіх випадках, коли характер осередненою величини має на увазі наявність ваг, не можна замість зважених формул середніх використовувати їх невиважені формули.

Середня тривалість майбутнього життя (або очікувана тривалість життя при народженні) - число років, яке в середньому належало б прожити людині з покоління народжених за умови, що протягом усього життя цього покоління повозрастная смертність залишиться на рівні цього року, для якого обчислений показник.

Середня хронологічна інтервального ряду обчислюється за формулою середньої арифметичної, причому при рівних інтервалах застосовується середня арифметична проста, а при нерівних - середня арифметична зважена.

Середня хронологічна моментного ряду обчислюється як сума всіх

рівнів ряду, поділеного на число членів ряду без одного, причому перший і останній члени ряду беруться в половинному розмірі

Система базисних індексів - ряд послідовно обчислених індексів одного й того ж явища з постійною базою порівняння.

Система індексів - ряд послідовно побудованих індексів.

Система індексів зі змінними вагами - система зведених індексів одного й того ж явища, обчислених з вагами, послідовно змінюваними від одного індексу до іншого.

Система ланцюгових індексів - ряд індексів одного й того ж явища, обчислених з мінливою від індексу до індексу базою порівняння.

Система національних рахунків (system of national accounts - SNA) - система взаємопов'язаних статистичних показників, що характеризують макроекономічні процеси, побудована у вигляді певного набору рахунків і таблиць.

Система показників - сукупність взаємопов'язаних показників, які відображають стан і розвиток масових соціально-економічних явищ з різних сторін.

Система статистичних показників - сукупність взаємопов'язаних показників, що мають однорівневу або багаторівневу структуру і націлена на вирішення конкретної статистичної завдання або комплексу завдань.

Складна розробка присудка - показники в присудок дані в комбінації один з одним.

Складні відсоткові ставки (compound interest) - застосовуються до суми основного боргу з урахуванням нарахованих за попередній період відсотків.

Спостереження статистичне - реєстрація даних по одиницях спостереження відповідно до програми спостереження. Спостереження статистичне - перший етап статистичного дослідження. Зібрані дані обробляються і аналізуються. Результати всього статистичного дослідження багато в чому залежать від достовірності первинних даних спостережень статистичних, їх відповідності фактичному стану. Дані окремих одиниць (людей, підприємств і т.д.) повинні бути порівняні один з одним, інакше неможливо їх подальше узагальнення. Порівнянність забезпечується єдністю термінів спостереження статистичного, її програми, методів реєстрації даних.

.

Ставка відсотків - процентна ставка, що застосовується для нарахування відсотків звичайних (декурсівних).

Ставка дисконтування - одна з двох процентних ставок (ставка відсотків або дисконтна ставка), по якій здійснюється операція дисконтування.

Статистика (від лат. Status - стан) - термін, що має значення: 1) набір

даних, що характеризують статистичну сукупність або безліч станів одиничного явища; 2) вид професійної діяльності зі збору, обробки та аналізу даних про різні сторони соціально-економічного розвитку суспільства. Для цілей управління існує спеціальна система установ державної статистики, організована за адміністративно-територіальним принципом; 3) область науки, що вивчає методи дослідження масових явищ.

Статистична закономірність - форма прояву причинного зв'язку, що виражається в послідовності, регулярності, повторюваності подій з досить високим ступенем ймовірності, якщо причини, що породжують події, не змінюються або змінюються незначно. Статистичні закономірності встановлюються на основі аналізу масових даних.

Статистична методологія - система прийомів, способів і методів, спрямованих на вивчення кількісних закономірностей, які в структурі, динаміки і взаємозв'язку соціально-економічних явищ.

Статистична сукупність - безліч одиниць, що володіють масовістю, однорідністю, певною цілісністю, взаємозалежністю станів і наявністю варіації.

Статистична таблиця - спосіб раціонального викладу і узагальнення даних про соціально-економічні явища за допомогою цифр, розташованих в певному порядку.

Статистичне спостереження - масове, планомірне, науково організоване спостереження за явищами соціального і економічного життя, яке полягає в реєстрації ознак, відібраних у кожної одиниці сукупності.

Статистичний графік - креслення, на якому статистичні сукупності, що характеризуються певними показниками, описуються за допомогою умовних геометричних образів або знаків.

Статистичний показник - узагальнююча кількісна характеристика соціально-економічних явищ в конкретних умовах місця і часу.

Статистичний формуляр - документ єдиного зразка, що містить програму і результати спостереження.

Статистичні карти - географічне зображення статистичних даних на схематичної географічній карті, що характеризують рівень або ступінь поширення того чи іншого явища на певній території.

Стохастична зв'язок - зв'язок, яка проявляється не в кожному окремому випадку, а в загальному, середньому при великій кількості спостережень.

Структура - сукупність елементів соціально-економічних явищ, що володіють певною стійкістю внутрішньогрупових зв'язків, при збереженні основних властивостей, які характеризують цю сукупність як ціле.

Структура (сукупності) - взаємне розташування особливих частин, зв'язку між якими визначають специфіку цілого будь-якої статистичної

сукупності. Найпростішою характеристикою структури є частка окремих частин по числу одиниць або сумі значень якої-небудь ознаки в загальному обсязі (зазвичай виражається у відсотках).

Структура ринку - це основні характеристики ринку: кількість і розмір підприємств, що знаходяться на ринку, ступінь подібності (відмінності) товарів різних фірм, умови входження на ринок нових продавців і виходу з нього, доступність ринкової інформації.

Структурна угруповання - поділ досліджуваної якісно однорідної сукупності на групи, що характеризують її структуру з якого-небудь варьирующему ознакою.

Структурні діаграми - смугові, стовпчикові та секторні.

Сукупність статистична - безліч одиниць (об'єктів, явищ), об'єднаних єдиною закономірністю, що варіюють у межах загальної якості. Виділення якісно однорідних статистичних сукупностей є передумовою розрахунку узагальнюючих показників, статистичного вивчення варіації, зв'язків між ознаками.

Суцільне спостереження - отримання інформації про всі одиницях досліджуваної сукупності.

Таблиця випадкових чисел - містить ряди чисел, які є реалізаціями послідовності взаємно незалежних і однаково розподілених випадкових величин. В основі може лежати будь-який розподіл. Таблиці випадкових чисел зазвичай складаються за допомогою спеціальних алгоритмів і програм для ЕОМ. Використовуються для формування статистичної вибірки при випадковому відборі. Одиницям генеральної сукупності присвоюються номери. Відповідно до обсягом вибірки з таблиці випадкових чисел виписуються числа, які розглядаються як номери одиниць, що потрапили у вибірку.

Таблиця спряженості - таблиця, яка містить зведену числову характеристику досліджуваної сукупності за двома або більше атрибутивною ознаками або комбінації кількісних і атрибутивних ознак.

Таблиця статистична - система рядків і стовпців, в яких в певній послідовності і зв'язку викладається статистична інформація про соціально-економічні явища. Розрізняють підмет і присудок таблиці статистичної. У підметі вказується характеризується об'єкт - одиниці сукупності або групи одиниць, або сукупність в цілому. У присудок дається характеристика підмета, зазвичай в кількісної формі - у вигляді системи показників. У заголовку таблиці статистичної вказується, до якої території і яким часом відносяться дані таблиці.

Темп зростання - відносний показник, що характеризує інтенсивність росту (або зниження). Він показує, скільки відсотків становить рівень даного періоду в порівнянні з базисним або попереднім рівнем, тобто характеризує

відносну швидкість зміни рівня ряду в одиницю часу.

Темп приросту - відносний показник, що характеризує величину приросту (зниження).

Темп приросту - характеристика відносної швидкості зміни рівня якої-небудь ознаки в одиницю часу, виражена у відсотках. Показує, на скільки відсотків змінився рівень ознаки за розглянутий період часу.

Теоретична крива розподілу - крива, що виражає загальну закономірність даного типу розподілу в чистому вигляді, що виключає вплив випадкових факторів.

Територіальні індекси - індекси, які відображають зміну явища в часі.

Термін (період) спостереження - час, протягом якого відбувається заповнення статистичних формулярів.

Типологічне групування - поділ досліджуваної якісно різнорідної сукупності на класи, соціально-економічні типи, однорідні групи одиниць відповідно до правил наукової угруповання.

Точність статистичного спостереження - ступінь відповідності величин будь-якого показника, що визначається за матеріалами статистичного спостереження, дійсною його величині.

Тренд (англ. Trend - тенденція) - тенденція розвитку явища в часі, визначаться при аналізі даних ряду динаміки для характеристики закономірності зміни явищ в времені.Напрімер, на рис. показаний ряд динамки врожайності зерна в регіоні за 1970 - 1990 рр. Ламана лінія АА / показує в цілому зростання врожайності, незважаючи на коливання її рівнів в окремі роки. Тренд розвитку врожайності представлений прямою лінією ВВ. При определении тренда возникает вопрос, какой должна быть линия тренда и

Групування - поділ загальної сукупності (див. Сукупність ста-статистично) на групи з метою виділення соціально-економічних типів (типологічно угруповання), вивчення зв'язків між ознаками (фактор-ва, або аналітична угруповання), вивчення структури сукупності, варіації її одиниць (структурна угруповання).

Групування - розчленовування безлічі одиниць досліджуваної сукупності на групи за певними, істотним для них ознаками.

Умови реальності середньої: 1) однорідність даних; 2) досить великий обсяг даних - чим більше даних, тим більше при узагальненні взаємноврівноважуючого інші умови і чинники, тим виразніше в величині середньої проявляється типовий, закономірний рівень. Формула розрахунку середньої залежить від виду даних - абсолютні або відносні, згруповані чи ні.

Фактичне кінцеве споживання - вартість усіх товарів і послуг, придбаних домашніми господарствами-резидентами для індивідуального

споживання незалежно від джерела фінансування, і вартість колективних послуг, що надаються органами державного управління суспільству в цілому. Для домашніх господарств воно включає їх витрати на придбання споживчих товарів та послуг і вартість індивідуальних товарів і послуг, отриманих домашніми господарствами від органів державного управління і від некомерційних організацій безкоштовно в якості соціальних трансфертів в натуральній формі. Для органів державного управління фактичне кінцеве споживання дорівнює вартості колективних послуг; у некомерційних організацій, що обслуговують домашні господарства, фактичне кінцеве споживання дорівнює вартості колективних послуг; у некомерційних організацій, що обслуговують домашні господарства, фактичне кінцеве споживання відсутня. За підсумком для економіки в цілому показники фактичного кінцевого споживання і витрат на кінцеве споживання рівні.

Фактичне кінцеве споживання (actual final consumption) - вартість товарів і послуг, придбаних домашніми господарствами для індивідуального споживання незалежно від джерела фінансування, і вартість послуг, державними установами суспільству в цілому.

Фактори виробництва - вид ресурсів, без яких виробництво економічних благ неможливо. Основними Ф.в Навчальне видання Пістунов Ігор Миколайович ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ Навчальний посібник Електронне видання У редакції автора Підготовлено у НТУ «Дніпровська політехніка». Свідоцтво про внесення до державного реєстру ДК №1842. 49005, м. Дніпро, просп. Д. Яворницького, 19.. є: праця, земля, капітал.

Факторний аналіз - методика, яка включає в себе єдині методи вимірювання (постійного і системного) факторних показників, комплексного вивчення їх впливу на величину результативних показників, теоретичні принципи, що лежать в основі прогнозування.

Факторний ознака - ознака, який впливає на зміну результативної ознаки.

Фінансовий важіль (D / E) - це коефіцієнт, який визначається відношенням зовнішніх зобов'язань до власних коштів.

Формалізовані критерії - це система фінансових коефіцієнтів, рівень і динаміка яких в комплексі може дати підстави для висновків про ймовірне настання банкрутства.

Форс-мажор - 1) обставини, при виникненні яких виконання зобов'язань з поставки товарів і надання послуг виявляється повністю або частково неможливим; 2) подія, надзвичайні обставини, які не можуть бути передбачені, попереджені або усунені якими-небудь заходами, наприклад стихійне лихо; нездоланну перешкоду і ін.

Функціональний зв'язок - зв'язок, при якій певному значенню факторної

ознаки відповідає одне і тільки одне значення результативної ознаки.

характеризує вартість кінцевих товарів і послуг, вироблених резидентами даної країни за той чи інший період, в цінах кінцевого покупця.

Хронологічна середня - середня, обчислена з рівнів динамічного ряду

Централізація - зосередження обсягу ознаки в окремих одиниць або нерівномірність його розподілу з урахуванням обсягу сукупності. Поняття «централізація» ознаки відрізняється від поняття «концентрація» ознаки.

Час обороту капіталу - період, протягом якого авансована в грошовій формі вартість проходить стадії звернення, виробництва і знов обігу, тобто здійснює кругообіг.

Часовий ряд. Див. Ряд динаміки.

Частість - відносний показник структури. Сума всіх частостей дорівнює 1, або 100%. Наприклад, в сукупності з 120 сімей є 18 сімей з однією дитиною, тоді частость дорівнює (18: 120) = 0,15, або 15%.

Частість - відношення частоти до загального числа спостережень. Частість може служити оцінкою статистичної для ймовірності випадкової події, тим точнішою, чим більше число спостережень.

Частота - число одиниць з певним значенням ознаки, показує, скільки раз дане значення ознаки зустрічається в сукупності або ряді розподілу. Наприклад, є 18 сімей з однією дитиною, число 18 - частота появи сімей з однією дитиною. Частота виражається абсолютним числом, використовується в якості статистичного ваги при розрахунку зваженої середньої величини.

Частоти - виражені в частках одиниці або у відсотках до підсумку значення досліджуваного ознаки

Щільність розподілу - характеристика ряду розподілу, показує, скільки одиниць сукупності (Або у відсотках) припадає на одиницю інтервалу. Розраховується як відношення частоти (частості) до величини інтервалу в рядах розподілу з інтервальними рядами.

Явище масове - безліч однорідних явищ, схильних до дії як загальних постійних причин, так і індивідуальних і випадкових причин, закономірності яких можуть проявитися тільки в масі, в сукупності. Виступає в якості предмета вивчення математичної статистики. Поняття явища масового аналогічно поняттю статистичної сукупності.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Білоцерківський, О. Б. Теорія ймовірностей і математична статистика : текст лекцій. Харків : «Друкарня Мадрид», 2016. 94 с.

2. Благун І.С. Математичні методи в економіці: Навч. посібник. Тернопіль: Навчальна книга Богдан, 2010. 251 с

3. Вергунова І.М. Системне моделювання в економіці. К. : ТОВ «Наш формат», 2016. 134 с.

4. Вітлінський В. В. Моделювання економіки: Навч. посібник. К.: КНЕУ, 2003. 408 с.

5. Вітлінський В.В., Наконечний С.І., Терещенко Т.О. Математичне програмування: навчально - методичний посібник для самостійного вивчення дисципліни. Київ: КНЕУ, 2001. 248 с. 11.

6. Гетало, В.П. Економічна статистика: навч. посіб. для студ. вуз / В.П Гетало, В.О Борух, Р.В Алямкін. Полтава, 2014. 212 с.

7. Горкавий В. К. Статистика: Підручник. Третє вид., переробл. і доповн. Київ: Алерта, 2020. 644 с.

8. Данилюк А. М., Харченко І. М. Математичні методи моделювання економічних процесів: Навчальний посібник. К.: КНЕУ, 2016. 352 с.

9. Дацко М.В., Антонів В.Б. Оптимізаційні методи і моделі : практикум. Посібник. Кам'янське: ДДТУ, 2018. 163 с.

10. Економічна статистика: навч. посіб. Харків. нац. ун-т ім. В. Н. Каразіна. Харків : ХНУ ім. В. Н. Каразіна, 2017. 386 с

11. Іващенко В. І. Моделі міжгалузевого балансу: методологія, теорія, практика: монографія. К.: КНЕУ, 2016. 432 с.

12. Іващук О.Т. Економіко-математичне моделювання: Навчальний посібник. Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2014. 360 с.

13. Казарєзов А.Я. Економіко-математичне моделювання: Навчальний посібник. Для самостійного вивчення. Миколаїв: Вид-во ЧДУ ім. Петра Могили, 2009. 248 с.

14. Лазебник, Ю. О. Методологічні засади статистичного оцінювання якості зайнятості: монографія. Київ : Інформ.-аналіт. агентство, 2018. 367 с.

15. Пістунов І. М. Економіко-математичне моделювання : навч. наоч. посіб. Дніпро : НТУ «Дніпровська політехніка», 2024. 34 с.

16. Пістунов І. М. Збірник індивідуальних завдань для дисципліни «Методи та моделі підтримки прийняття рішень» : навч. посіб.. Дніпро : Держ. НТУ «Дніпровська політехніка», 2020. 28 с.

17. Пістунов І. М. Моделювання бізнес-процесів : навч. посіб.. Дніпро : НТУ «Дніпровська політехніка», 2021. 147 с.

18. Пістунов І. М. Моделювання економіки : навч. наоч. посіб. Дніпро : НТУ «Дніпровська політехніка», 2024. 40 с.

19. Пістунов І. М. Числові методи : навч. посіб.. Дніпро : Нац. гірн. ун-т, 2014. 38 с.

20. Пістунов І. М., Антонюк О. П. Нейромережеві технології в економіці та фінансах з розрахунками на комп'ютері : навч. посіб. Дніпро : Нац. гірн. ун-т, 2014. 125 с.

21. Рябикіна, Н.І. Загальна теорія статистики: навч. посіб. Держ. ВНЗ "Криворіз. нац. ун-т". Кривий Ріг : Чернявський Д. О. [вид.], 2017. 297 с.

22. Слєпенков О.В., Дементьєва І.В. Моделювання та прогнозування економічних процесів: Навчальний посібник. К.: НТУУ "КПІ", 2015. 272 с.

23. Статистика XXI століття. Нові виклики, нові можливості: монографія. Київ : Київський ун-т, 2016. 479 с.

24. Чайковська І. І. Інтегрована система економіко-математичних моделей для управління знаннями проєктно-орієнтованого підприємства : монографія. Хмельницький : ФОП Мельник А.А., 2022. 458 с.

25. Чайковська І.І. Економіко-математичне моделювання в управлінні інтелектуальним капіталом підприємства: моногр. Хмельницький: Хмельницький університет управління та права, 2014. 314 с.

26. Чугай В.М., Шульга О.О., Дем'яненко В.Г. Економіко-математичне моделювання: Навчальний посібник. К.: КНЕУ, 2018. 352 с.

АЛЕСКЕРОВА Ю.В., ВІЛЬЧИНСЬКА Н.Л.,
КРУШИНСЬКА А.В., ФАСОЛЬКО Т.М.

ЕКОНОМІКО–МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ ТА МОДЕЛІ

навчально-методичний посібник

ЕЛЕКТРОННЕ ВИДАННЯ
У РЕДАКЦІЇ АВТОРІВ

Підготовлено у Хмельницькому університеті управління та права імені Леоніда Юзькова. 29000, м. Хмельницький, вул. Героїв Майдану, 8.